

Dipl.-Ing. GÜNTER SCHLIEBS

DK 512.8:621.39.001.11:6

Über die Grundlagen der Algebra der Logik und ihre Anwendung in der Schaltungstheorie

1. Übersicht

Die Algebra der Logik — auch „logizistische“ oder „symbolische“ Algebra genannt — hat sich in jüngerer Zeit als ein sehr fruchtbares Hilfsmittel zur „konformen Abbildung“ logizistischer Prinzipien in geschalteten elektrischen Stromkreisen erwiesen. Mit ihr findet ein Rechenverfahren Eingang in die Elektrotechnik, durch das der Entwurf optimaler Schaltungen einer rein formalen mathematischen Behandlung zugänglich und der Aufbau selbsttätig rechnender Maschinen durch solche Schaltungen gesetzmäßig überhaupt erst möglich wurde.

Die Abhandlung beschäftigt sich mit den Grundlagen dieser Algebra, die im einschlägigen Schrifttum wohl zitiert, aber kaum erläutert wird, obwohl sie in ihrer Bedeutung mit der Vektorrechnung vergleichbar ist.

2. Mathematische Hilfsmittel der Schaltungstheorie

In der modernen Elektrotechnik entwickelt sich die Anwendung der Gesetze der Logik zu einem wesentlichen Rüstzeug des planenden Ingenieurs, so in der Informationstheorie, in der Schaltungstheorie und in der Theorie der Rechenautomaten und Denkmaschinen. Die Bemühungen, elektrische Schaltungen durch exakte, auf Physik und Mathematik gegründete Verfahren zu entwickeln, gehen auf ein halbes Jahrhundert zurück. Ältere, aus der Anschauung — der praktischen oder angewandten Logik — gebildete Regeln waren nicht geeignet, die Kenntnis über das Wesen der elektrischen Schaltungen zu vertiefen und sich zu einer strengen physikalisch-mathematischen allgemeinen Theorie zu entwickeln, die allein für den Entwurf von hochwertigsten Schaltungen der modernen Elektrotechnik ausreichen konnte.

Die Theorie der Schaltungen — hierunter werden im folgenden Netzwerke aus geschalteten Stromkreisen verstanden — beschäftigt sich mit zwei großen Aufgabengebieten: der Analyse und der Synthese der Schaltungen. In der Schaltungsanalyse befaßt sie sich mit dem Studium der Arbeitsweise eines gegebenen Netzwerkes unter äußeren Bedingungen; hierfür sind verhältnismäßig einfache und verständliche Regeln entwickelt worden [1], [2]. In der Schaltungssynthese besteht die Aufgabe, aus den vorgegebenen Funktionsbedingungen, denen die gesuchte Anordnung genügen muß, ein Netzwerk aus geschalteten

Stromkreisen zu entwerfen und anschließend die optimale Schaltung zu ermitteln, die mit einem Minimum an Mitteln auskommt; hierbei kann je nach den Anforderungen die Zahl der Schaltstrecken (Röhren, Kontakte) oder Verbindungsleitungen oder die Verteilung der Schaltstrecken auf die Schaltelemente im Vordergrund stehen.

In den letzten 15 Jahren sind wesentliche Ansätze zu verzeichnen, in die Schaltungssynthese besonders gestaltete algebraische Rechenmethoden einzuführen [3], [4], [5], [6]. Aber erst in der „Algebra der Logik“ wurde ein Verfahren gefunden, das gestattet, die grundlegenden physikalischen Gesetze abzuleiten, die die elektrischen Schaltungen beherrschen, und brauchbare Verfahren für technische Berechnungen zu entwickeln [7], [8]. Diese Algebra ist zunächst ohne Ambitionen technischer Anwendungen entwickelt worden und fand ihren ersten praktischen Einsatz in der Statistik und Versicherungsmathematik. Sie hat heute in der Elektrotechnik die gleiche Bedeutung wie andere mathematische Methoden, die zum Rüstzeug jedes Ingenieurs gehören [10], [11]. Dieser Entwicklung liegen tiefere Wesenszusammenhänge zwischen logizistischen Verknüfungsprinzipien und elektrischen Kreisen zugrunde. Um sie zu erkennen, muß man sich zunächst einmal mit der Disziplin, die wir Logik nennen, beschäftigen; dann kann man sich über die Möglichkeiten und Vorteile ihrer Anwendung in Form einer „Algebra“ auf technische Aufgabenstellungen klar werden.

3. Einige Sätze der Logik

Die Logik beschäftigt sich seit Aristoteles mit Erfahrbarem, mit dem Übergang von der Beobachtung zur Erkenntnis, d. h. mit Voraussetzungen, mit Beweisschlüssen und Schlußfolgerungen. Der Zweig der angewandten Logik beschäftigt sich mit der physikalischen Welt um uns, mit der „physikalischen Wirklichkeit“. Ihre Grundlagen sind die Prinzipien der Kausalität und der Kontinuität, ihr Anliegen die Naturerkenntnis. Die reine oder formale Logik befaßt sich dagegen mit den Prinzipien des Denkens selbst, mit der Natur oder Form der Beweisschlüsse, ganz unabhängig vom Gegenstand der Betrachtung. Die Algebraische Logik ist ein Gebiet der reinen Logik. Ihr Fundament ist das algebraische Kalkül von Boole¹⁾, mit dem dieser die Grundlage für die mathematische Behandlung logischer Problemstellungen geschaffen hat [9]. Die Elemente des Problems werden in Symbolform gekleidet und Regeln zur Verknüpfung dieser Symbole nach logischen Gesetzen entwickelt, die denen der Algebra verwandt sind, und so die Problemstellungen formal behandelt und gelöst. Eine solche Methodik ist äußerst vorteilhaft, sobald in einem Problem mehrere Bestimmungsgrößen mit einander verknüpft sind. Vor der Beschäftigung mit den Regeln der algebraischen Logik oder symbolischen Algebra sind also einige Sätze der formalen Logik zu betrachten.

3.1. Schlüssigkeit und Richtigkeit

Die ersten Begriffe, die hinsichtlich Sinngehalt und Anwendungsbereich zu diesem Zwecke zu definieren sind, sind „Schlüssigkeit“ und „Richtigkeit“. Die Grundform eines logischen Problems ist die Verknüpfung zweier Aussagen in einer Schlußfolgerung: aus einer Aussage als „Voraussetzung“ wird auf schlüssige Weise eine neue Aussage als „Schlußfolgerung“ entwickelt. Diese

¹⁾ George Boole, 1815—64. In der angelsächsischen Literatur ist daher auch die Bezeichnung „Boolean Algebra“ üblich.

Entwicklung ist „schlüssig“ dann und nur dann, wenn sich zeigen läßt, daß die Schlußfolgerung zwingend ist, d. h. notwendig und nur aus der Form der Herleitung aus der Voraussetzung folgt und nicht dank irgendwelcher Eigenschaften des Gegenstandes der Aussage.

Um in dieser Sache überhaupt übersichtlich zu bleiben, beschränken wir die Form der Aussagen auf folgende:

- (1) Alle X sind Y,
- (2) Keine X sind Y,
- (3) Einige X sind Y
- (4) Einige X sind keine Y.²⁾

Der „Inhalt“ dieser Aussagen ist abstrakt. Sie können in der Grundform auf folgende Arten verknüpft werden:

(Voraussetzung)			(Schluß)
(I)	alle X sind Y,	folglich	alle Y sind X;
(II)	alle X sind Y,	„	einige Y sind X;
(III)	keine X sind Y,	„	keine Y sind X;
(IV)	einige X sind Y,	„	einige Y sind X;
(V)	einige X sind keine Y,	„	einige Y sind keine X.

Sind diese Folgerungen „schlüssig“? Zur Prüfung dieser Frage — die (wahrscheinlich) auch mit gesundem Menschenverstand beantwortet werden könnte, wenn bekannt gegeben würde, was sich hinter den Symbolen X und Y für Bestimmungsgrößen verbergen — sind in der Logik prinzipielle Methoden entwickelt worden. Eine von ihnen ist die Kreis-Methode:

(I)



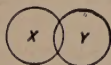
Die Voraussetzung läßt sich also so darstellen:



und es wird sofort ersichtlich, daß die Folgerung (I) nicht schlüssig ist!³⁾

(V) Die Voraussetzung läßt sich

so darstellen



oder auch so



und es ergibt sich wiederum, daß die Folgerung (V) nicht zulässig ist. Bei entsprechender Prüfung wird man finden, daß die Verknüpfungen (II), (III) und (IV) jedoch schlüssig sind.

Nun ist eine „schlüssige“ Folgerung noch keineswegs eine „richtige“! Die Entscheidung, ob „richtig“ oder „falsch“, wendet sich an den Gegenstand oder Inhalt der Aussage. Nehmen wir einige konkrete Beispiele für den Fall (II);

²⁾ Dabei hat die Aussage (3) die Bedeutung von „Einige und vielleicht alle X ...“ und die Aussage (4) die Bedeutung von „Einige und vielleicht keine X ...“

³⁾ Nur für den Ausnahmefall würde sie zutreffen, daß $\Sigma X = \Sigma Y$ ist.

er enthält die Grundregel, daß logisch eine Schlußfolgerung nicht über den Bereich hinaus erstreckt werden darf, über den die Voraussetzung gemacht worden ist. Die Formulierung lautet vollständig:

(II) Alle X sind (einige) Y, folglich sind einige Y alle X,
oder z. B.

(IIa) Alle Ingenieure sind Menschen,
... einige Menschen sind Ingenieure; (richtig → richtig)

(IIb) Alle Ingenieure sind Vegetarier,
... einige Vegetarier sind Ingenieure; (falsch → richtig)

(IIc) Alle Ingenieure sind Vierfüßler,
... einige Vierfüßler sind Ingenieure. (falsch → falsch)

Die in allen drei Fällen formal schlüssige Herleitung ergibt im Falle (IIa) aus einer richtigen Voraussetzung einen richtigen Schluß; ein inhaltlich falscher Schluß weist wie im Beispiel (IIc) auf eine falsche Voraussetzung hin; aus einem Vergleich der Beispiele (IIa) und (IIb) ergibt sich, daß man aus einem richtigen Schluß nichts über die Voraussetzung aussagen kann, und aus den Beispielen (IIb) und (IIc) folgt, daß auch eine falsche Voraussetzung zu einem richtigen Schluß führen kann. Bevor also die Prinzipien der formalen Logik auf einen wissenschaftlichen Lehrsatz angewendet werden, müssen seine Objekte definiert werden, und der Zusammenhang zwischen Schlüssigkeit und Richtigkeit ist derart, daß

(A) eine richtige Voraussetzung in einer schlüssigen Herleitung zu einem richtigen Schluß führt,

(B) eine falsche Schlußfolgerung in einer schlüssigen Herleitung auf einen Fehler in der Voraussetzung hinweist.

Dieselben Zusammenhänge bestehen weiterhin auch für Verknüpfungen verwickelter Art von zwei oder mehr Voraussetzungen, für die als Beispiel der „Syllogismus“⁴⁾

(Voraussetzungen) Alle Ingenieure sind Menschen,
alle Menschen sind sterblich,
(Schlußfolgerung) ... alle Ingenieure sind sterblich

stehen möge. In einem schlüssigen Syllogismus müssen beide Voraussetzungen richtig sein, andernfalls kann die Schlußfolgerung richtig oder falsch sein.

3.2. Widerspruch und Gegensatz

Haben wir bisher einfache Herleitungen kennengelernt, so wenden wir uns nun in den Prinzipien von Widerspruch und Gegensatz einem verwickelten Gebiet der formalen Logik zu. Ein Paar von Aussagen über denselben Sachverhalt werden als zueinander im Widerspruch stehend bezeichnet, wenn sie nicht beide richtig oder beide falsch sein können, so daß eine Aussage richtig und die andere falsch sein muß.

Die Aussagen (1) bis (4) im Kapitel 3.1 sind paarweise miteinander unverträglich, dennoch stehen nur zwei Paare miteinander im Widerspruch im Sinne

⁴⁾ Der Syllogismus und die Regeln für die Prüfung seiner Schlüssigkeit wurden bereits von Aristoteles untersucht.

der Definition: (1) und (4) bzw. (2) und (3), die anderen möglichen Paarungen sind in anders zu bezeichnender Weise miteinander unverträglich. Von den Aussagen (1) und (4) kann nur die eine richtig sein oder die andere, ein Drittes, demgegenüber beide richtig oder falsch sein können, gibt es nicht⁵⁾. Dasselbe gilt für das Verhältnis der beiden Aussagen (2) und (3) zueinander. — Die Aussagen (1) und (2) können, wie man leicht einsieht, zwar nicht beide richtig, wohl aber beide falsch sein, wenn nämlich einige $X \cdots Y$ sind und einige X nicht; sie enthalten einen Gegensatz, den wir „Gegensatz 1. Art“ nennen wollen zum Unterschied von dem Aussagenpaar (3) und (4), das zwar nicht in beiden Teilen falsch, wohl aber in beiden Teilen richtig sein kann: es stellt einen „Gegensatz 2. Art.“ dar. — Schließlich verhält es sich mit den Aussagen (1) und (3) — und analog mit (2) und (4) — derart, daß (3) richtig sein muß, wenn (1) richtig ist, und daß, wenn (3) falsch ist, auch (1) falsch sein muß, nicht aber umgekehrt. Diese Aussagen stehen nicht im Gegensatz, sondern in einem Verhältnis miteinander, das wir als „Unterordnung“ bezeichnen wollen.

Die vier Aussagen lassen sich also in das Schema der Abb. 1 einordnen: mit ausgezogenen Linien sind Widersprüche, mit gestrichelten Linien Gegensätze und mit strichpunktierten Linien Unterordnungen gekennzeichnet. Der Leser möge für X „Lose“ und für Y „Nieten“ setzen und die Arten der Unverträglichkeiten zweier gleichzeitiger Aussagen nach dem Schema durchprobieren.

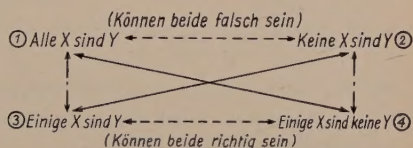


Abb. 1. Arten miteinander unverträglicher Aussagen

3.3. Verknüpfte Aussagen

Bisher haben wir Aussagen betrachtet, die nur eine einzige Feststellung enthalten (einfache Aussagen), und die Begriffe Schlüssigkeit, Widerspruch und Gegensatz an Beispielen erörtert. Verknüpfte Aussagen enthalten zwei oder mehr Feststellungen, die miteinander in einer logischen Verbindung stehen. Die Verknüpfung ist einer der wichtigsten logischen Prozesse überhaupt. Wir wollen die zwei wichtigsten Typen betrachten:⁶⁾

(a) die Verknüpfung durch „UND“ (Sowohl — als auch):

„Es ist warm und feucht“,

(β) die Verknüpfung durch „ODER“ (Entweder — oder):

„Entweder sieht (man etwas) oder hört man etwas“.

Die Aufgabe lautet nun, die hierzu in Widerspruch stehenden Aussagen zu formulieren. Die Aussage

(a)' „Es ist nicht warm und nicht feucht“ — nämlich kalt und trocken —

stellt sicher keinen Widerspruch dar — der mit (\bar{a}) gekennzeichnet werden möge — sondern einen Gegensatz 1. Art, denn beide Feststellungen können

⁵⁾ Trotz der abstrakten Form sind hier die Urteile „falsch“ oder „richtig“ berechtigt, da ja ein Befund über die Menge (alle-einige-keine) vorliegen muß, bevor sie gefällt werden können.

⁶⁾ Über weitere s. [15].

falsch sein, weil es entweder warm und trocken oder kalt und feucht ist. Die Lösung hat De Morgan (1806—1871) in seinem Theorem angegeben, das besagt, daß der Widerspruch zu einer durch UND verknüpften Aussage in den durch ENTWEDER-ODER verknüpften Verneinungsformen ihrer Komponenten gefunden wird und umgekehrt:

$(\bar{\alpha})$ „Entweder ist es nicht warm oder es ist nicht feucht“,

$(\bar{\beta})$ „Man sieht (nichts) und hört nichts“.

Bei einer Nachprüfung der beiden Aussagenpaare (α) , $(\bar{\alpha})$ bzw. (β) , $(\bar{\beta})$ bestätigt sich, daß ihre Teile nicht beide richtig und nicht beide falsch sein können, so daß der eine Teil richtig und der andere falsch sein muß.

4. Die Algebra der Logik

Sehen wir von den Gegenständen der Aussagen ab, so lassen sich die beiden letzten Beispiele abgekürzt als folgende Beziehungen schreiben:

(α) a und b

$(\bar{\alpha})$ entweder \bar{a} oder \bar{b}

$(\bar{\beta})$ entweder a oder b

$(\bar{\beta})$ \bar{a} und \bar{b} ,

wenn mit „a“ und „b“ die verknüpften Bestimmungsgrößen und mit „ \bar{a} “ bzw. „ \bar{b} “ ihre Negation „Nicht a“ bzw. „Nicht b“ bezeichnet werden. Es geht wohl schon aus den einfachen Beispielen hervor, daß die Verhältnisse recht verwickelt werden, wenn weitere Größen c, d hinzutreten. Hier setzt die formale Behandlung in einer zu diesem Zweck entwickelten Algebra ein.

4.1. Symbole und Grundrechenarten

In dieser Algebra steht jeder Buchstabe N symbolisch als Abkürzung für einen logischen Satz. Die Verknüpfung dieser Symbole geschieht durch die bekannten Rechenzeichen: \cdot (Produkt), $+$ (Summe) und $=$ (Identität). Deren Bedeutung wird folgendermaßen festgelegt:

(I) $a \cdot b$ (Produktform) steht für die Verknüpfung „a und b“ und

(II) $a + b$ (Summenform) steht für die Verknüpfung „Entweder a oder b“. Fügen wir noch, wie schon erwähnt, hinzu, daß

(III) \bar{a} (Komplement) steht für die Negation „Nicht a“.

Die Zahlen 1 und 0 vertreten die Aussagen „das Ganze“ und seine Verneinung „Nichts“.

Die so in ihrem Sinngehalt definierten Symbole und Rechenzeichen können nun nach den bekannten Regeln der Algebra angewendet werden. Es gelten in der Algebra der Logik z. B. ebenfalls die Identitäten

$$0 + a = a \quad (1)$$

$$0 \cdot a = 0 \quad (2)$$

$$(1. \text{ Gruppe}) \quad 1 \cdot a = a \quad (3)$$

$$a + b = b + a \quad (4)$$

$$a \cdot b = b \cdot a \quad (5)$$

und die Rechenregeln für Addition und Multiplikation

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c \quad (6)$$

(2. Gruppe)

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c \quad (7)$$

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d \quad (8)$$

Es ist sehr nützlich, sich von der logischen Schlüssigkeit dieser Identitäten zu überzeugen. Die Gesamtheit aller Kugeln, die entweder nicht vorhanden sind (0) oder weiße Kugeln (a) sind, bildet selbstredend die weißen Kugeln [Regel (1)]. Eine Gesamtheit von Kugeln, die nicht vorhanden (0) und weiß (a) sind, ist logisch nicht vorhanden [Regel (2)]. Die Gesamtheit aller Dinge, die das Ganze, das Universum (1) ausmachen und weiße Kugeln (a) sind, wird von den weißen Kugeln gebildet [Regel (3)]. Die Gesamtheit aller Körper, die entweder Kugeln (a) oder Würfel (b) und entweder farblos (c) oder bunt (d) sind — linke Seite der Gleichung (8) — wird von allen Körpern gebildet, die entweder farblose Kugeln oder bunte Kugeln oder farblose Würfel oder bunte Würfel sind.

4.2. Besondere Regeln

Außerdem besteht aber in der Algebra der Logik eine 3. Gruppe von Regeln, die nicht denen der gewöhnlichen Algebra entsprechen. Zu ihr gehört der sogenannte Tautologiesatz für Summe

$$(3. \text{ Gruppe}) \quad a + a = a; \text{ allgemein } n \cdot a = a \quad (9)$$

und Produkt

$$a \cdot a = a; \text{ allgemein } a^n = a \quad (10)$$

Er ist einfach zu verstehen, denn „Entweder a oder a“ ist dasselbe wie „a“, und „a und a“ kann nicht mehr sein als „a“.

Ferner:

$$a + 1 = 1 \quad (11)$$

$$a + a = 1 \quad (12)$$

$$a \cdot a = 0 \quad (13)$$

$$(a \cdot b) = a + b \quad (14)$$

$$(a + b) = a \cdot b \quad (15)$$

Die Regel (11) beschreibt die Tatsache, daß eine Menge von Dingen mit der Eigenschaft (a) nicht mehr sein kann als die Gesamtheit (1) aller Dinge. Hieraus folgt sofort, daß

Beispiel 1:

$$a + a \cdot b = a \cdot (1 + b) = a$$

sein muß oder mit Worten gesagt: Körper, die alle Kugeln (a) oder weiße Kugeln ($a \cdot b$) sind, sind nicht mehr und nicht weniger als alle Kugeln. — Weiter ist dann

Beispiel 2:

$$\begin{aligned} a \cdot (a + b) &= a \cdot a + a \cdot b = a + a \cdot b \text{ nach Regel (8) und (10)} \\ &= a \cdot (1 + b) = a \quad \text{nach Regel (11).} \end{aligned}$$

Die Regel (12) drückt das logische Prinzip aus, daß jedes Ding entweder a oder nicht a sein muß, ganz gleich, was für ein Ding a sein mag; die Kollektion aller Dinge, die entweder a oder Nicht a (umschrieben mit \bar{a}) sind, ist aber die Gesamtheit, das Universum (umschrieben mit 1).

Auch durch Erweiterung läßt sich ein Ausdruck vereinfachen.

Beispiel 3:

$$a + \bar{a} \cdot b = a \cdot 1 + \bar{a} \cdot b = a \cdot (b + \bar{b}) + \bar{a} \cdot b \quad \text{nach Regel (12)}$$

$$= a \cdot b + a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b$$

$$= a \cdot b + a \cdot \bar{b} + a \cdot b + \bar{a} \cdot b \quad \text{nach Regel (9)}$$

$$= a \cdot (b + b) + b \cdot (a + \bar{a})$$

$$= a + b \quad \text{wieder nach Regel (12)}$$

Die Regel (13) drückt umgekehrt das Prinzip aus, daß nicht zugleich a und nicht a sein kann. Die Regeln (14) und (15) schließlich geben die allgemeingültige Formulierung des De Morganschen Theorems wieder. Diese 3. Gruppe von Regeln vereinfacht die Rechnungen in der symbolischen Algebra ganz wesentlich.

5. Die Anwendung auf die Theorie der Schaltungen

Wir hatten in Kapitel 3 bereits erörtert, daß sich die formale Logik mit Aussagen und Beziehungen zwischen Aussagen in allgemeinster Form, ohne Rücksicht auf den Inhalt der Aussagen beschäftigt. Das bedeutet umgekehrt, daß eine Aussage, wenn einmal über die Schlüssigkeit oder Zulässigkeit Gewißheit besteht, nunmehr auf beliebige Sachverhalte angewendet werden kann, sofern nur richtige Voraussetzungen in den Bestimmungsgrößen gemacht werden. Diese Bestimmungsgrößen können reell oder abstrakt sein. Es ist also zulässig, die Symbole der Algebra der Logik als Bestimmungsgrößen geschalteter Stromkreise zu deuten, wie es zuerst wohl Plechl [7] vorgeschlagen und später Shannon [8] weiter ausgeführt hat. Es wird sich zeigen, daß eine solche Deutung durchaus nicht willkürlich, sondern im Gegenteil sehr anschaulich ist.

Eine Schaltung enthält im allgemeinsten Fall sowohl Schaltelemente mit gleichbleibender, d. h. nicht zeitabhängiger Leitfähigkeit (Stromquellen, Widerstände, Leitungen) wie auch Elemente, deren Leitfähigkeit zu verschiedenen Zeiten entweder Null oder von Null verschieden (Nicht Null) ist und die z. B. Kontakte einer Relaischaltung sein können. Der physikalische Zustand einer Schaltung kann also über den Zusammenhang zwischen Schaltstellungen und Stromfluß in einer Leitwertfunktion mathematisch beschrieben werden. Dabei ist für die Behandlung wesentlich, daß es in der Theorie der Kontaktschaltungen nicht auf den Zahlenwert der Leitfähigkeit ankommt, sondern nur darauf, ob der Leitwert Null oder Nicht Null ist; im letzteren Falle fließt Strom, im ersteren dagegen nicht.

Sind zwischen den Klemmen eines Zweipols zwei Strompfade parallel geschaltet, so ergibt sich sein Leitwert als Summe der Leitwerte beider Strompfade; damit über seine Klemmen ein Strom fließt, genügt es, daß entweder der eine oder der andere Strompfad Strom führt. — Eine Reihenschaltung zweier Schaltstrecken, bei der die eine und die andere Schaltstrecke die Eigenschaft des Zweipols bestimmen, läßt sich als Produkt ihrer beiden Leitwertvariablen beschreiben, denn nach dem Ohmschen Gesetz gilt für den Leitwert s zweier in Serie liegenden Leitwerte s_1 und s_2

$$s = \frac{s_1 \cdot s_2}{s_1 + s_2} \quad (s, s_1, s_2 = 0, 1)$$

und nach dem Tautologiesatz [Regeln (9) und (10)] läßt sich der Zähler Z wie folgt verändern:

$$Z = s_1 \cdot s_2 + s_1 \cdot s_2 = s_1 \cdot s_1 \cdot s_2 + s_1 \cdot s_2 \cdot s_2 = (s_1 + s_2) \cdot s_1 \cdot s_2,$$

also

$$s = s_1 \cdot s_2$$

5.1. Vereinbarungen über die Transformation

Zur Transformation oder „konformen Abbildung“ einer algebraischen Funktion in ein Netzwerk mit Schaltstrecken (Schaltung) lassen sich noch folgende Vereinbarungen treffen: ein Symbol „s“ wird durch den Arbeitskontakt eines Relais oder elektronischen Schalters o. dgl. dargestellt, sein Komplement, das Symbol „ \bar{s} “ durch einen Ruhekontakt, die Rechenoperationen der Addition und Multiplikation durch die Parallel- bzw. Reihenschaltung von Kontakten, die Konstanten 0 und 1 durch offene bzw. geschlossene Stromkreise. Diese Vereinbarungen sind im oberen Teil der Abb. 2 dargestellt. Die Übereinkunft kann auch willkürlich in der Weise getroffen werden, daß die Rechenoperation der Addition durch eine Serienschaltung und die der Multiplikation durch eine Parallelschaltung dargestellt wird [8]. Die Wahl zwischen diesen Möglichkeiten entspricht der zwischen dem Rechnen mit Leitwerten oder mit Widerständen: die erstere hat den Vorzug der besonderen Sinnfälligkeit. Die Abbildungen (Schaltungen) sind zueinander dual.

Der untere Teil der Abb. 2 zeigt die Darstellung einiger Regeln und zuvor behandelter Beispiele durch Zweipole mit Schaltern.

Die Erkenntnis, daß die Prinzipien der algebraischen Logik die physikalischen Gesetze der elektrischen Kontaktschaltungen beschreiben, erweist sich in der Elektrotechnik als sehr fruchtbar. Betrachten wir zunächst

Zweipol	Symbol	Regel
	a	
	\bar{a}	
	$a \cdot b$	
	$a + b$	
	0	
	1	
	$0 + a = a$	(1)
	$1 \cdot a = a$	(3)
	$a + a \cdot b = a$	Beisp. 1
	$a + \bar{a} = 1$	(12)
	$a \cdot \bar{a} = 0$	(13)
	$a \cdot (b + \bar{c})$	
	$(a + b) \cdot (a + c) = a + b \cdot c$	
	$a + \bar{a} \cdot b = a + b$	Beisp. 3

Abb. 2. Beispiele „konformer Abbildung“ in Kontaktschaltungen

5.2. Elektrische Kontaktschaltungen

Dem Schaltungstechniker bietet sie die Möglichkeit, in völlig formaler Weise, einfach durch Anwendung der Rechenregeln, elektrische Netzwerke aus den Funktionsbedingungen aufzustellen und dann umzuformen, zu vereinfachen oder äquivalente Schaltungen aufzusuchen. Dies mögen zwei einfache Beispiele veranschaulichen.

Beispiel 4 [7]:

In einer Fernwirkeinrichtung eintreffende Impulse steuern über ein Impulsrelais a und ein nachgeschaltetes Verzögerungsrelais b, das zur Unterscheidung von kurzen und langen Impulsen dient, einen Drehwähler c. Die Funktionsbedingungen lauten:

1. Befindet sich der Drehwähler in seiner Nullage (\bar{c}), so darf er nur ansprechen, wenn ein langer Impuls eintrifft, d. h. wenn sich die beiden Relais in ihren Arbeitsstellungen a und b befinden.
2. Steht der Wähler in einer von seiner Nullage verschiedenen Stellung (c), dann soll er auf kurze Impulse ansprechen, d. h. Relais a hat angesprochen (a), Relais b hingegen nicht (\bar{b}).
3. Trifft ein langer Impuls den Wähler in einer Arbeitsstellung (c), so soll sein Antrieb über den Arbeitskontakt (d) zur Selbststeuerung angespeist und er dadurch selbsttätig in seine Ruhelage gebracht werden.

Aus den drei Bedingungen ergibt sich für das Netzwerk N folgender Ausdruck durch Addition

$$N = a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c \cdot d = a \cdot (b \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot c + b \cdot c \cdot d)$$

und durch Umformung nach Beispiel 3

$$N_1 = a \cdot (b \cdot (\bar{c} + c \cdot d) + \bar{b} \cdot c) = a \cdot (b \cdot (\bar{c} + d) + \bar{b} \cdot c);$$

durch Umformung nach c ergibt sich als zweite wirkungsgleiche Lösung

$$N_2 = a \cdot (b \cdot \bar{c} + c \cdot (\bar{b} + b \cdot d)) = a \cdot (b \cdot \bar{c} + c \cdot (\bar{b} + d)).$$

Die Abb. 3 (a) und (b) zeigen die Stromlaufpläne für die beiden Lösungen.

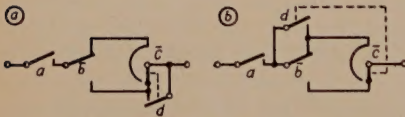


Abb. 3. Stromlaufpläne zum Anwendungsbeispiel 4

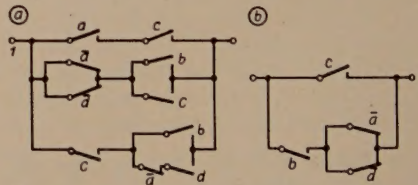


Abb. 4. Äquivalente Schaltungen

Beispiel 5:

Eine Schaltung nach Abb. 4 (a), die etwa auf die im Beispiel 4 geschilderte Weise erhalten wurde, ist auf ein Minimum an Kontakten zu vereinfachen [11].

Das Netzwerk N aus Arbeits- und Ruhekontakten von vier Relais a, b, c, d läßt sich durch folgenden Ausdruck beschreiben:

$$N = ac + (\bar{a} + \bar{d}) \cdot (b + c) + c(b + \bar{a}d)$$

Nach dem Ausmultiplizieren nach Regel (8) ergibt sich:

$$= ac + \bar{a}b + \bar{a}c + b\bar{d} + c\bar{d} + bc + \bar{a}cd$$

$$= (a + \bar{a})c + \bar{a}b + b\bar{d} + c\bar{d} + bc + \bar{a}cd.$$

Gemäß Regel (12) ist $\bar{a} + a = 1$, und durch wiederholte Anwendung der Regel (11) ist schließlich

$$N = c + b(\bar{a} + \bar{d})$$

Diese Schaltung ist in Abb. 4 (b) gezeichnet; sie benötigt nur vier statt zehn Kontakte, ist aber der Schaltung nach Abb. 4 (a) in dem Sinne äquivalent, daß

sie für jeden möglichen Zustand der vier Relais a, b, c, d den Stromkreis zwischen den Klemmen 1 und 2 in derselben Weise herstellt wie jene⁷⁾; eine weitere Vereinfachung ist nicht möglich.

Durch eine algebraische Leitwertfunktion läßt sich jede Schaltung beschreiben, solange sie in getrennte Stromkreise in Serien- und Parallelschaltung auflösbar ist. Vermaschte Schaltungen können jedoch auch Schaltstrecken enthalten, die zu anderen abwechselnd in Reihe oder parallel liegen. Zur Lösung solcher Aufgaben muß die Matrizenrechnung zu Hilfe genommen werden. Sie ist aus der Theorie der Netzwerke [2] und der Vierpoltheorie [12] bekannt. Auf ein Anwendungsbeispiel [7] soll hier verzichtet werden zugunsten einer kurzen Betrachtung der Möglichkeiten einer aus der symbolischen Algebra und der Matrizenrechnung kombinierten Mathematik, mit der auch die Schaltelemente nicht zeitabhängiger Leitfähigkeit, Widerstände oder Leitwerte allgemeinsten Art, neben den zeitabhängigen Elementen, den Schaltstrecken, berücksichtigt werden können.

5.3. Allgemeine Schaltungstheorie

Wir wollen uns in den folgenden Ausführungen auf lineare passive Vierpole beschränken.

Ein Netzwerk aus beliebigen, im allgemeinen komplexen Widerständen U, V, W, \dots mit Schaltstrecken a, b, c, \dots ist einer Anzahl Netzwerke ohne Schalter äquivalent, die der Reihe nach durch entsprechende Schaltung der Schaltstrecken ($a, b, c, \dots = 1$ oder $= 0$) ausgewählt werden können; jedes von ihnen ist eine Erscheinungsform, ein „Wert“ der Umschaltung.

Sind also U, V, W die komplexen Elemente einer Matrix und a, b, c die den Schaltstrecken zugeordneten Symbole der symbolischen Algebra, so ist eine Nebeneinanderstellung aU als eine komplexe Zahl definiert, die in Abhängigkeit von a zwei Werte annimmt:

$$aU = \begin{cases} U, & \text{wenn } a = 1 \\ 0, & \text{wenn } a = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Die Operation des Nebeneinanderstellens aU bedeutet eine Bewertung im Sinne einer Aussage in der formalen Logik, eine „Qualifikation“. Zum Unterschied von der Rechenoperation der Multiplikation, aber in Anlehnung an die dort übliche Bezeichnungsweise, sei U als „Qualifikand“ und a als „Qualifikator“ bezeichnet. Es gelten folgende Rechenregeln:

Zwei qualifizierte Zahlen aU und bV sind dann und nur dann gleich, wenn ihre Qualifikatoren und ihre Qualifikanden einander gleich sind:

$$aU = bV, \text{ wenn und nur wenn } a = b \text{ und } U = V^8) \quad (17)$$

Die Regeln der Multiplikation gelten entsprechend (7):

$$\begin{aligned} (aU) \cdot V &= U \cdot (aV) = a(U \cdot V) = aUV, \\ a(bU) &= b(aU) = (ab)U = abU, \\ (aU) \cdot (bV) &= (bU) \cdot (aV) = (ab)(UV) = abUV. \end{aligned}$$

⁷⁾ Die beschreibende Funktion N nimmt entsprechend 2^4 Werte 0 oder 1 an.

⁸⁾ Die Gleichheit dieser Größen ist im Sinne der symbolischen Algebra und der Matrizenrechnung zu verstehen.

Aus der Definition (16) folgt

$$a(U + V) = aU + aV, \quad (18)$$

mit anderen Worten, die Qualifikation kann über die Summanden einer komplexen Summe erstreckt werden. Andererseits aber kann die Qualifikation nicht in die Summanden einer algebraischen Summe erstreckt werden:

$$(a + b)U \neq aU + bU,$$

denn ist $a = b = 1$, so gilt nach (9)

$$(a + b)U = U,$$

während die rechte Seite $2U$ ergibt. Ist $a \neq b$ oder $ab = 0$, z. B. $b = \bar{a}$ [Regel (13)], so ist die Gleichung erlaubt. Also

$$(a + b)U = \begin{cases} aU + bU, & \text{wenn } ab = 0 \\ U & , \text{ wenn } a = b = 1 \end{cases}$$

Aus Regel (13) folgt für die Qualifikation

$$aU + \bar{a}U = U \quad (19)$$

und

$$aU + \bar{a}V = \begin{cases} U, & \text{wenn } a = 1 \\ V, & \text{wenn } a = 0 \end{cases} \quad (20)$$

Eine qualifizierte Funktion ist eine Funktion komplexer Zahlen, von denen eine oder einige oder alle qualifiziert sind, z. B.

$$f(a, b; U, V, W) = \frac{aU - bV}{VW - \bar{a}W}$$

Sobald die Qualifikatoren die Werte 1 oder 0 annehmen, wird einer der möglichen Werte der Funktion ausgewählt, z. B.

$$f(1, 0; U, V, W) = \frac{U}{VW};$$

eine Funktion mit n zweiwertigen Qualifikatoren hat 2^n Werte.

Eine der wichtigsten Regeln ist, daß eine qualifizierte Funktion in die Summe ihrer 2^n Werte zerlegt werden kann:

$$f(a, b \dots; U, V, W \dots) = af(1, b \dots; U, V, W) + \bar{a}f(0, b \dots; U, V, W),$$

wie man sich leicht durch Einsetzen der Werte $a = 1$ und $a = 0$ in das Beispiel unter Beachtung der Regel (16) überzeugen kann. Erweitert man die Summanden der rechten Seite nach b , so wird

$$\begin{aligned} f(\dots) = & abf(1, 1 \dots; U, V, W \dots) + \bar{a}\bar{b}f(1, 0 \dots; U, V, W \dots) \\ & + \bar{a}bf(0, 1 \dots; U, V, W \dots) + \bar{a}\bar{b}f(0, 0 \dots; U, V, W \dots) \end{aligned} \quad (21)$$

Die Regeln (18) und (19), von rechts nach links gelesen, sind Spezialfälle dieser allgemeinen Regel.

Die konforme Abbildung der qualifizierten Funktion komplexer Veränderlicher in geschaltete Stromkreise bedient sich analog der vorhergehenden Darstellungsweise der Schaltstrecken a, b, \dots , jede in Reihe mit dem für die komplexe Veränderliche stehenden Leitwert U, V, W . Einige Grundelemente sind in Abb. 5 zusammengestellt.

Die letzte Zeile der Abb. 5, rechts zeigt die Umschreibung für eine zu einem Leitwert parallel liegende Schaltstrecke: um diesen Fall in das allgemeine Schema einzufügen, wird ein Leitwert S als in Reihe mit der Schaltstrecke liegend gedacht, der unendlich groß im Vergleich zu U ist, obwohl $aS = 0$ für $a = 0$; infolgedessen wird der Leitwert des Zweipols unendlich bei $a = 1$, d. h. geschlossenem Schalter. Durch diese Hilfsvorstellung des nach unendlich

Zweipol	Symbol	Regel	Zweipol	Symbol	Regel
	abU	(7)		$(a+b)U$	
	$aU + bV$			$a(U+V) = aU + aV$	(18)
	$aU + aV$	(20)		$U + aS$	(5 U)

Abb. 5. Zweipole mit qualifizierten Elementen

gehenden Leitwertes S kann die Theorie der Kontaktschaltungen als Spezialfall der allgemeinen Theorie der Netzwerke dargestellt werden [13].

Ein Beispiel für ein mehrwertig qualifiziertes Netzwerk zeigt Abb. 6. Rechts sind die Leitwerte zwischen den Klemmen 1—2 bzw. 1—3 angeschrieben. Die qualifizierte Funktion $f(a_1, a_2, a_3, a_4; U, V, W, X)$ hat wegen der Verknüpfung $a_1 a_3 a_3 a_4 = 0$ in einem Drehschalter A nur $n = 4$ mögliche Werte.

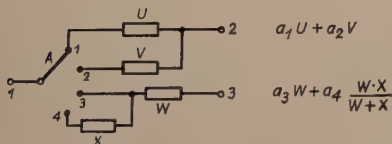


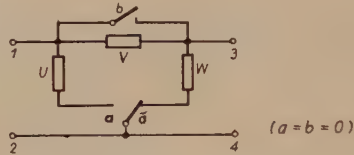
Abb. 6. Mehrwertig qualifiziertes Netzwerk

Die aus der Vierpoltheorie bekannte Dualität der Darstellungsweisen durch Leitwerte oder Widerstände gilt auch für qualifizierte Vierpole mit der Erweiterung, daß zu einer durch einen offenen Schalter dargestellten Schaltstrecke eine geschlossene Schaltstrecke dual ist und umgekehrt (Tabelle 1).

Tabelle 1. Duale Darstellungen

Symbol	Darstellung in	
	Leitwerten	Widerständen
aU ist ein Schaltelement mit einer Schaltstrecke	in Reihe	parallel
ab sind zwei Schaltstrecken	in Reihe	parallel
$a + b$ sind zwei Schaltstrecken	parallel	in Reihe
$a = 1$ ist eine Schaltstrecke, die	geschlossen	offen ist
$a = 0$ ist eine Schaltstrecke, die	offen	geschlossen ist

Abb. 7 Vierpol mit Schaltern



Abschließend sei die Anwendung der erweiterten symbolischen Algebra auf einen einfachen Vierpol nach Abb. 7 beschrieben [13]; gesucht sei der Eingangsscheinleitwert zwischen den Klemmen 1 und 2. U, V, W seien komplexe Leitwerte; dann ist U qualifiziert durch a , W durch \bar{a} , und zu V liegt ein Scheinleitwert bS parallel. Die Leitwertmatrix des Vierpols ist [12]

$$\|Y\| = \begin{vmatrix} aU + V + bS & -V - bS \\ -V - bS & \bar{a}W + V + bS \end{vmatrix}$$

und ihre Determinante (mit Berücksichtigung, daß $a\bar{a} = 0$)

$$\begin{aligned} |Y| &= (aU + V + bS)(\bar{a}W + V + bS) - (V + bS)^2 \\ &= (V + bS)(aU + \bar{a}W) \end{aligned}$$

Der Eingangsscheinleitwert ergibt sich zu

$$Y_1 = \frac{(V + bS)(aU + \bar{a}W)}{\bar{a}W + V + bS};$$

je nach den Schalterstellungen hat Y_1 vier Werte, die man durch Zerlegung in Summanden entsprechend (21) erhält:

$$\begin{aligned} Y_1 &= ab \frac{(V + S)U}{V + S} + a\bar{b} \frac{UV}{V} + \bar{a}b \frac{(V + S)W}{V + W + S} + \bar{a}\bar{b} \frac{VW}{V + W} \\ &= abU + a\bar{b}U + \bar{a}bW + \bar{a}\bar{b} \frac{VW}{V + W}. \end{aligned}$$

Der vierte Summand gibt den Eingangsscheinleitwert der Schaltung nach Abb. 7 an und wird erhalten durch $a = b = 0$; man überzeugt sich leicht aus dem Schaltbild von der Richtigkeit $Y_1 = \frac{VW}{V + W}$.

6. Rechenautomaten und Denkmachines

Zum anderen bildet die soeben in ihren Grundzügen und ihrer fruchtbaren Anwendung auf die Schaltungstheorie beschriebene Abbildungsmöglichkeit logizistischer Verknüpfungsprinzipien in geschalteten Stromkreisen die Grundlage für den Entwurf von Rechenautomaten und „Denkmachines“ [14], [15], [16]. Die Rechenautomaten führen langwierige Rechenoperationen, die aus einer Reihe miteinander verketteter Einzelrechnungen bestehen, nach Einstellung automatisch in kürzester Zeit aus. Denkmachines lösen statistische Probleme; sie ermitteln aus einer Quantität mit Qualitäten behafteter Elemente eine neue Quantität durch Sortieren und Zählen oder eine neue Quantität durch Prüfen und Auswahl in einem schrittweisen Verfahren. Die Schritte entsprechen denen des Denkprozesses, des logischen Vorgehens. Anders können wir uns die Tätigkeit einer solchen Maschine nicht „erdenken“. In den Rechenwerken dieser Maschinen finden wir die durch mechanische oder elektronische Relais geschalteten Stromkreise wieder. Ferner stoßen wir wieder bei der zur Anpassung an die Funktionsmöglichkeiten dieser Netzwerke notwendigen Umformung der Bestimmungsgrößen des Problems auf die logizistischen Begriffe [15], die wir als Grundbegriffe der formalen Logik wie der Algebra der Logik soeben behandelt haben.

7. Literaturverzeichnis

Grundsätzliche und erläuternde Arbeiten.

- [1] Cl. E. Shannon, A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits, Trans. Am. Inst. of El. Eng. Vol. 57 [1938], S. 713.
- [2] E. A. Guillemin, The Mathematics of Circuit Analysis, John Wiley & Sons, Inc., N. Y. [1949].
- [3] H. Piesch, Begriff der allgemeinen Schaltungstechnik, Arch. f. Elektrotechnik [1939], S. 672. Über die Vereinfachung von allg. Schaltungen dto. [1939], S. 733.
- [4] K. Oehler, Ein Beitrag zur Kenntnis der Schaltungstechnik, Bull. Schw. El. Verein [1946], S. 298.
- [5] O. Plechl und A. Duschek, Grundzüge einer Algebra der elektrischen Schaltungen, Öster. Ing. Arch. [1949], S. 203.
- [6] G. A. Montgomerie, Sketch for an Algebra of Relay and Contactor Circuits, J. IEE., Vol. 95, Part III [1948], Juli, S. 303.
- [7] O. Plechl, Zur Ermittlung elektr. Kontaktschaltungen, Elt. u. M'bau [1946], S. 34.
- [8] Cl. E. Shannon, The Synthesis of Two-Terminal Switching Circuits, Bell Syst. Techn. J. [1949], S. 59.
- [9] J. B. Rosser, Logic for Mathematicians, McGraw-Hill, N. Y. [1953].
- [10] K. W. Wagner, Mathematische Methoden in der Elektrotechnik, ETZ [1952], H. 19, S. 613.
- [11] T. L. Craven, Logic and the Circuit Designer, Electronic Eng. [1953], Juni, S. 257.
- [12] R. Feldtkeller, Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik, Hirzel [1944].
- [13] J. Shekel, Sketch for an Algebra of Switchable Networks, Proc. IRE., Vol. 41 [1953], No. 7, S. 913.
- [14] E. C. Berkeley, Giant Brains or Machines That Think, John Wiley & Sons, Inc., N. Y. [1949].
- [15] R. Goldammer, Denkmachines, Radio Mentor [1952], S. 446, S. 550.
- [16] G. Schliebs, Über die Grundzüge eines Programms für eine schachspielende Rechenmaschine, FUNK UND TON [1953], Nr. 5, S. 257.

Bemessung von Oszillatordendstufe und Brücke eines brückenstabilisierten RC-Oszillators

(Mitteilung aus dem Laboratorium der Firma Wandel & Goltermann, Reutlingen)

Zusammenfassung

Ein brückenstabilisierter RC-Generator mit Wien-Robinson-Brücke besitzt in der Regel einen zweistufigen Breitbandverstärker, dessen Endröhre direkt auf die Brücke arbeitet. Diese bildet also den Wechselstrom-Außenwiderstand der Endröhre und besteht aus der Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen und Kondensatoren in dem einen Zweig und einem Kaltleiter mit Vorwiderstand im anderen Zweig. Der Brückenwiderstand wird durch den Kaltleiterzweig bestimmt. Brücke und Endröhre müssen aneinander angepaßt werden. Es wird ein Verfahren beschrieben, mit dem es leicht möglich ist, Brücke und Endröhre so aufeinander abzustimmen, daß die Oszillatoramplitude einen genügend kleinen Klirrfaktor besitzt, und daß gleichzeitig der Kaltleiter im richtigen Arbeitspunkt betrieben wird.

Einleitung

Die Abb. 1 zeigt das Schaltbild eines zweistufigen RC-Oszillators mit Wien-Brücke. Der Oszillator enthält neben der frequenzbestimmenden Brücke einen zweistufigen Verstärker. Die Endröhre dieses Verstärkers ist über einen Koppelkondensator C_k mit der Brückenschaltung verbunden, die den Außenwiderstand der Endröhre darstellt. Der eine Zweig der Brücke enthält die Serienschaltung von Kondensator und Widerstand und in Reihe dazu die Parallelschaltung von Widerstand und Kondensator. Der andere Brückenarm besteht aus einem Widerstand R_v und einem Kaltleiterwiderstand „KL“.

In der Brückendiagonalen c—d liegen Gitter und Katode der ersten Verstärker- röhre eines zweistufigen, RC-gekoppelten Verstärkers. Ist die Selbsterregungs- bedingung $\Re \times \mathfrak{B} = 1$ erfüllt, wobei $\Re = 11_{st}/11_B$ ist, schwingt die Anordnung.

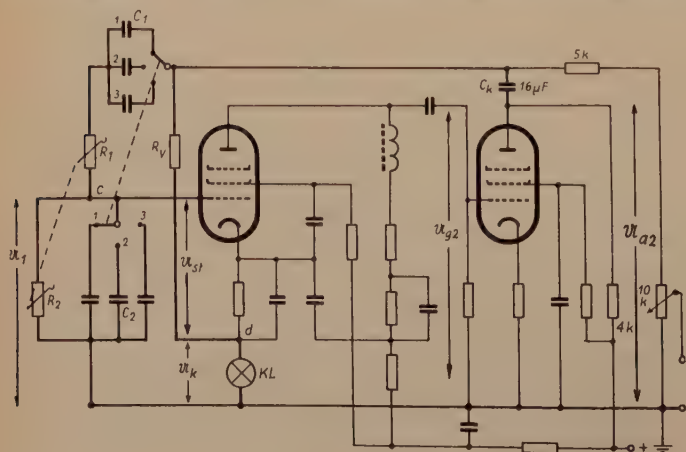


Abb. 1.
Prinzipialschaltbild
eines zweistufigen
dekadischen RC-
Generators

Zweckmäßig [1] wird die Brücke so aufgebaut, daß $R_1 = R_2 = R$ und $C_1 = C_2 = C$ ist. Dann ist bei der Frequenz

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{1}{RC} \quad (1)$$

die Spannung U_1 mit der Brückenspannung U_B in Phase und $|U_1| = 1/3 \cdot |U_B|$. Der Widerstand R_{B1} dieses Brückenzeiges errechnet sich für die Frequenz ω_0 zu

$$R_{B1} = \frac{3}{2} R (1 - j) \text{ oder } |R_{B1}| = \frac{3}{\sqrt{2}} R \quad (2)$$

Da Blind- und Wirkanteil gleich groß sind, besitzt dieser Brückenzeig-Widerstand einen Phasenwinkel von $\varphi = 45^\circ$.

Der zweite Brückenzeig enthält nur ohmsche Widerstände, so daß die Spannung U_K über dem Kaltleiter ebenfalls in Phase mit der Spannung U_B ist. Da aber U_1 zwischen Gitter und Erde der ersten Röhre wirkt und U_K zwischen Katode und Erde, so arbeiten diese beiden Spannungen gegeneinander, und die Steuerspannung der ersten Röhre zwischen Gitter und Katode ist

$$U_{cd} = U_{St} = U_1 - U_K \quad (3)$$

Soll sich nun genau die Frequenz ω_0 erregen, dann muß bei phasenreiner Verstärkung der ersten Stufe $B_1 = U_{g2} / U_{St}$ der Außenwiderstand der Endröhre, d. h. der Brückenwiderstand ebenfalls phasenrein sein. Da aber nach Gl. (2) der linke Brückenzeig R_{B1} einen Phasenwinkel von -45° bei der Frequenz ω_0 besitzt, muß der rechte Brückenzeig, der keine Blindwiderstände enthält, klein gegenüber R_{B1} sein.

$$R_B = R_{B2} = R_{B1} \parallel R_{B2} \sim R_{B2} \quad (4)$$

Andererseits muß man darauf achten, daß der Gesamtwiderstand R_B nicht zu niederohmig wird, damit die Endröhre noch eine ausreichende Verstärkung besitzt. Dies ist sehr wichtig, da zur Erzielung einer großen Stabilität des Oszillators die Gesamtverstärkung möglichst hoch sein muß [1]. Die Verstärkung der ersten Röhre kann aber nicht beliebig hoch getrieben werden mit Rücksicht auf die geforderte phasenreine Verstärkung auch der höchsten gewünschten Oszillatorfrequenz [2].

Bei der Dimensionierung von R_{B1} und R_{B2} müssen zahlreiche Bedingungen beachtet werden, die im folgenden näher untersucht werden sollen.

Dimensionierung der Brücke

Wir wollen zunächst die Brückenschaltung eines dekadisch einstellbaren RC-Oszillators betrachten, wie sie in der Abb. 2 dargestellt ist [3]. Der Oszillator soll einen Frequenzbereich von 10 Hz ... 100 kHz haben und drei Frequenzbereiche besitzen, die durch Umschalten der Kapazitäten C im Verhältnis 1 : 10 : 100 eingestellt werden. Beim Mustergerät wird die Frequenz durch stufenweises Verändern der Widerstände R eingestellt.

Damit die Forderung $R_B = R_{B2}$ [Gl. (4)] erfüllt werden kann, darf für die höchste

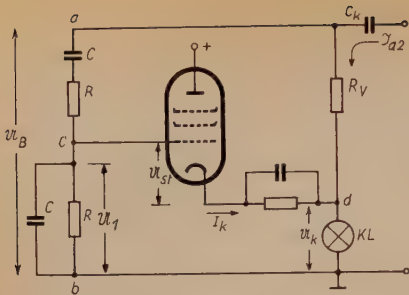


Abb. 2. Wien-Robinson-Brücke mit Kaltleiter

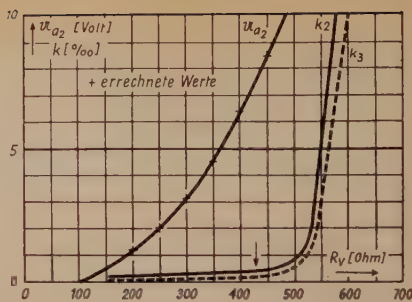


Abb. 3. Spannung und Klirrfaktor eines brückenstabilisierten RC-Oszillators in Abhängigkeit vom Widerstand R_V

Frequenz eines jeden Bereiches der Brückenzweig-Widerstand $|\Re_{B1}|$ nicht zu klein werden. Da mit Gl. (1) und Gl. (2)

$$|\Re_{B1}| = \frac{3}{\sqrt{2}} R = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{1}{\omega_h C} \quad (5)$$

wird, muß C möglichst klein gewählt werden. Um jedoch unabhängig von den unvermeidlichen Schaltkapazitäten zu bleiben, muß auf Grund von praktischen Erfahrungen die Kapazität des höchsten Frequenzbereiches $C_{III} \geq 1 \text{ nF}$ gewählt werden. Damit ergeben sich die Kapazitäten der beiden anderen Bereiche zu $C_{II} = 10 \text{ nF}$ und $C_I = 100 \text{ nF}$.

Aus Gl. (5) erhält man dann im gewählten Beispiel für die höchste Frequenz von 100 kHz den Betrag des Brückenzweigwiderstandes zu

$$|\Re_{B1}|_{\min} = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\pi \cdot 10^5 \cdot 10^{-9}} = 3,35 \text{ k}\Omega$$

Soll nun die Forderung $\Re_B = R_{B2}$ annähernd erfüllt werden, dann darf der Widerstand R_{B2} höchstens $1/5 |\Re_{B1}|_{\min}$ betragen. In unserem Beispiel demnach $R_{B2} \leq 600 \Omega$.

Der Widerstand R_{B2} des zweiten Brückenzweiges setzt sich also zusammen aus der Serienschaltung des Kaltleiters und seinem Vorwiderstand R_V . Bei großer Gesamtverstärkung $V_{\text{ges}} = V_1 \cdot V_2 \geq 100$ wird die Steuerspannung der ersten Röhre $\leq 10^{-2} \cdot U_{a2}$, also sehr klein und damit unterscheiden sich nach Gl. (3) die Mitkopplungsspannung U_1 und die Gegenkopplungsspannung U_k im eingeschwungenen Zustand nur sehr wenig voneinander und können bei den kommenden Überlegungen in erster Näherung als gleich groß angenommen werden. Wird der Oszillator eingeschaltet, dann ist R_{KL} zunächst klein und die Steuerspannung U_{st} so groß, daß der Oszillator sicher anschwingt. Nach Gl. (2) ist $U_1 = 1/3 U_B$ und damit muß der Kaltleiter so weit aufgeheizt werden, bis ebenfalls etwa $1/3$ der Spannung U_B an ihm abfällt. Dies tritt ein, wenn

$$R_{KL} = \frac{1}{2} R_V \quad (6)$$

wird. Die Oszillatoramplitude wird also so lange anwachsen, bis dies der Fall ist. Wird R_V vergrößert, dann wächst zunächst die Steuerspannung U_{st} , da U_k kleiner

wird. Damit nimmt aber sofort U_B zu, und der Kaltleiter wird mehr aufgeheizt, bis der Gleichgewichtszustand wieder hergestellt ist. Wir sind also in der Lage, durch Verändern von R_v die Oszillatoramplitude einzuregulieren.

Einer Vergrößerung von R_v und damit von $U_B = U_{a2}$ ist aber eine Grenze gesetzt, weil schließlich die Oszillator-Endröhre übersteuert wird. Dies äußert sich im rasch zunehmenden Klirrfaktor der Oszillatorspannung. Außerdem kann R_v nicht beliebig vergrößert werden, da zu beachten ist, daß die durch die Gl. (4) gegebene Bedingung stets erfüllt bleiben muß.

Die Abb. 3 zeigt die Abhängigkeit der Oszillatoramplitude eines Oszillators nach Art der Abb. 1 von der Größe des Widerstandes R_v . Der jeweils gemessene Klirrfaktor ist ebenfalls mit eingetragen. Während die Spannung U_{a2} stetig mit R_v zunimmt, bleibt der Klirrfaktor zunächst konstant und sehr klein. Er beträgt $\leq 0,2\%$. Wird dagegen ein bestimmter Wert des Vorwiderstandes überschritten, dann steigt der Klirrfaktor plötzlich stark an. Man kann zeigen, daß von hier ab die Endröhre übersteuert wird. Es ist nun wichtig, durch Einstellen von R_v den Arbeitspunkt so zu wählen, daß er unterhalb des Knickes der Klirrfaktorkurve liegt, etwa an der in Abb. 3 durch einen Pfeil gekennzeichneten Stelle der Klirrfaktorkurve. Damit ist aber auch die Oszillatorspannung $U_{a2} = U_B$ festgelegt, die man maximal einstellen kann. Wie wir weiter sehen werden, ist auch eine kleinste Spannung vorgeschrieben, die nicht unterschritten werden darf.

Der Widerstand des Kaltleiterzweiges R_{B2} der Brücke soll im angeführten Beispiel 600 Ohm nicht überschreiten. Nach Gl (6) muß dann der Widerstand des Kaltleiters im eingeschwungenen Zustand sein

$$R_{KL} \leq \frac{1}{3} R_{B2} \leq 200 \Omega \quad (7)$$

Es ist also notwendig, einen Kaltleiter zu finden, der im aufgeheizten Zustand einen Widerstand von etwa 150 Ohm annimmt. Ferner soll sein Kaltwiderstand etwa $1/3$ dieses Wertes sein, damit der Oszillator sicher anschwingt. Die Abb. 4 zeigt die Stromwiderstandskennlinien zweier Kaltleiter, die für RC-Oszillatoren entwickelt wurden [4] und die gestellten Forderungen erfüllen.

Um nun Aussagen über die geforderten Eigenschaften der Endröhre machen zu können, wollen wir zunächst das Verhalten der Brücke näher untersuchen. Wir wählen einen der beiden Kaltleiter aus, und zwar den „KL—50/5—9“ mit einem Kaltwiderstand von 50 Ohm und ermitteln die Brückenspannung U_B in Abhängigkeit von R_v . Wir müssen davon ausgehen, daß der Effektivstrom durch den Kaltleiter dessen Widerstand bestimmt. Durch den Kaltleiter fließt aber sowohl der Katodengleichstrom I_K der ersten Verstärkerröhre als auch der Brückenwechselstrom $\mathfrak{I}_{B2} = \mathfrak{I}_{a2}$, wie aus Abb. 2 ersichtlich ist. Es ist nach Gl. (6)

$$\mathfrak{I}_{B2} = \mathfrak{I}_{a2} = \frac{1}{3} \frac{U_{a2}}{R_{KL}} = \frac{2}{3} \frac{U_{a2}}{R_v} = \frac{U_{a2}}{R_{B2}} \quad (8)$$

Der für die Erwärmung des Kaltleiters maßgebende Strom errechnet sich aus

$$J_{KL} = \sqrt{\mathfrak{I}_{B2}^2 + I_K^2} \quad (9)$$

Die Größe von I_K ist durch die Arbeitsbedingungen der ersten Röhre festgelegt und bekannt. Dabei sollten 5 mA nicht überschritten werden, damit die Voraufheizung des Kaltleiters nicht zu groß wird.

Aus Abb. 4 entnehmen wir für die verschiedenen Ströme J_{KL} , den jeweiligen zugehörigen Widerstand R_{KL} , des Kaltleiters. Diese Werte werden in einer Tabelle zusammengefaßt. Der dreifache Wert von R_{KL} , ergibt dann nach Gl. (7) den Gesamtwiderstand R_{B2} dieses Brückenzeuges für den eingeschwungenen Zustand. Den Wechselstrom, der durch diesen Zweig fließt, errechnen wir mit Gl. (9). Mit diesem Strom und dem Brückenwiderstand R_{B2} kann man sofort die Oszillatorspannung U_B berechnen, die notwendig ist, um den Kaltleiter auf den Wert

$R_{KL} = \frac{1}{2} R_v$ aufzuheizen. Es ist

$$U_B = U_{a2} = \mathfrak{I}_{a2} \cdot R_{B2} = \frac{3}{2} R_v \sqrt{J_{KL}^2 - I_k^2} \quad (10)$$

Auf diese Weise läßt sich Punkt für Punkt die Brückenkennlinie konstruieren. In Abb. 5 ist sie dargestellt für einen Katodenstrom $I_k = 1,5 \text{ mA}$ der ersten Röhre. An der Kurve ist derjenige Stromwert markiert, bei dem die Kaltleiterwendel zu glühen beginnt. Die Eigentemperatur der Wendel erreicht hier etwa 600°C , und es ist zweckmäßig, den Kaltleiter so zu betreiben, daß dieser Stromwert nicht wesentlich überschritten, aber auch nicht mehr als 20 % unterschritten wird. Dies ist notwendig, damit der Kaltleiter einerseits nicht überlastet wird, andererseits aber auch von Änderungen der Außentemperatur weitestgehend unabhängig ist. Dieser kleinste Stromwert, der nicht unterschritten werden sollte, ist in den Kurven mit einem Pfeil markiert worden. Zwischen Pfeil und Kreis soll also der Arbeitsstrom des Kaltleiters liegen. Damit ist aber der Variationsbereich der Brückenspannung eng begrenzt. Welchen Arbeitspunkt man nun innerhalb dieses Bereiches einstellen muß, wird durch die Oszillator-Endröhre bestimmt.

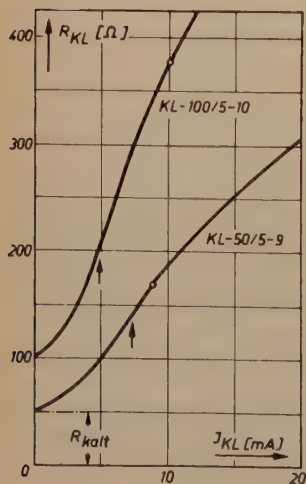


Abb. 4. Stromwiderstandskennlinien von zwei Kaltleitern

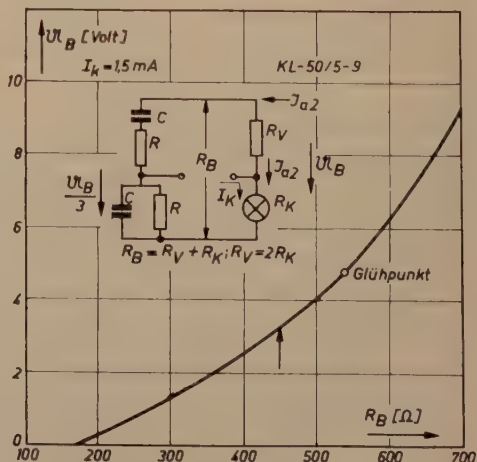
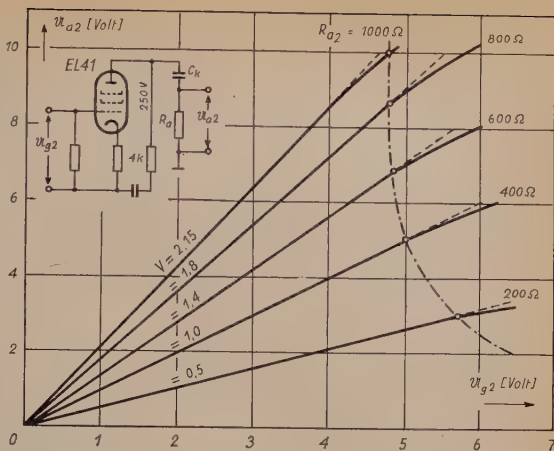


Abb. 5. Kennlinie einer Wien-Brücke mit Kaltleiter KL 50/5-9

Abb. 6. Spannungsverstärkung der Endröhre (EL 41) in Abhängigkeit vom Außenwiderstand mit eingezeichneter Aussteuerungs-Grenzkennlinie



Die Endstufe

Man muß nun eine Endröhre suchen, welche in der Lage ist, die nach Abb. 5 geforderte Leistung an den durch den Brückenwiderstand gegebenen Außenwiderstand abzugeben. Da der Außenwiderstand $R_{a2} = R_{B2}$ wegen der Forderung Gl. (4) nur wenige hundert Ohm beträgt, d. h. die Endröhre praktisch im Kurzschluß betrieben wird, muß eine steile Leistungsendröhre gewählt werden, etwa vom Typ EF 14, EL 41 oder EL 84, damit die Spannungsverstärkung V_2 noch genügend groß bleibt.

Wir müssen strengstens darauf achten, daß die Begrenzung der Oszillatoramplitude allein durch den Kaltleiter in der Brücke vorgenommen wird und nicht etwa dadurch, daß die Endröhre übersteuert wird. Deshalb darf die Endröhre nur so weit ausgesteuert werden, wie ihre Verstärkung konstant bleibt. Das heißt aber, die Endröhre muß die von der Brücke geforderte Leistung unverzerrt an den Brückenwiderstand abgeben. Nun ist aber die Leistung, die man einer Röhre, die im Kurzschluß betrieben wird, entnehmen kann, begrenzt.

Um ein Bild darüber zu erhalten, welche Leistung man der gewählten Endröhre entnehmen darf, ersetzt man die Brücke bei sonst unveränderter Schaltung des Verstärkers durch einen ohmschen Widerstand R_a . Die Wechselspannung über diesem Widerstand wird nun in Abhängigkeit von einer an das Gitter der Endröhre gelegten, klirrfreien Wechselspannung u_{g2} gemessen. Ebenfalls kann man den Klirrfaktor der Spannung u_{a2} messen. Dies ist jedoch nicht unbedingt nötig.

Es wird nun der Außenwiderstand R_{a2} verändert und die Meßreihe wiederholt. Die Abb. 6 zeigt das Ergebnis der Messung an der Endröhre EL 41, wie sie in der Schaltung nach Abb. 1 betrieben wird. Wir erkennen, daß die Verstärkung $V = u_{a2}/u_{g2}$ bis zu einer bestimmten Spannung konstant ist und dann langsam mit weiterer Aussteuerung abnimmt.

Diejenigen Spannungen, bei denen ein Abfall der Verstärkung um 2 % eingetreten ist, sind besonders markiert worden und wurden durch eine Linie miteinander verbunden. Etwa bis zu den durch diese Grenzkennlinie gegebenen Anodenwechselspannungen können wir die Röhre aussteuern.

Die Abb. 7 zeigt ergänzend den Verlauf des Klirrfaktors der Anodenspannung bei verschiedener Aussteuerung und verschiedenem Außenwiderstand. In diesem Diagramm sind diejenigen Spannungen ebenfalls markiert und miteinander verbunden, bei denen die Röhrenverstärkung um 2 % abgefallen ist. Wir erkennen, daß bei beginnender Verstärkungsabnahme der Klirrfaktor ansteigt.

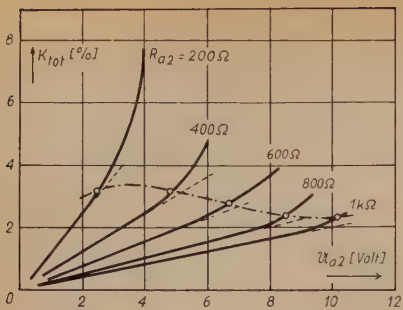


Abb. 7. Klirrfaktor der Ausgangsspannung der Endröhre mit Aussteuerungs-Grenzkennlinie

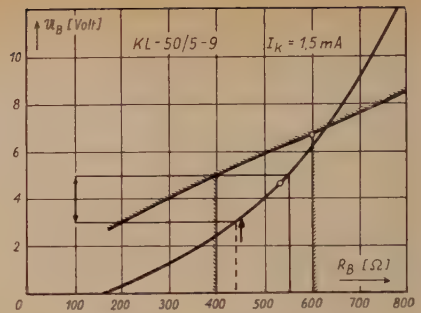


Abb. 8. Zulässiger Arbeitsbereich des brückenstabilisierten RC-Oszillators

In der Abb. 8 wurde die Brückenkennlinie der Abb. 5 noch einmal dargestellt und in dieses Diagramm auch die aus Abb. 6 entnommenen Grenzspannungswerte über dem Brückenwiderstand aufgetragen, der ja gleich dem Anodenwiderstand R_{a2} der Endröhre ist.

Wir dürfen nun durch Wahl von $R_V = 2/3 \cdot R_B$ keine Oszillatorspannungen einstellen, die oberhalb der Grenzkennlinie liegen. Außerdem darf der Brückenwiderstand in unserem gewählten Beispiel nicht größer als 600Ω sein. Weiterhin sollte die Verstärkung der Endstufe nach Möglichkeit nicht kleiner als 1 sein, d. h. der Brückenwiderstand darf nicht kleiner als 400Ω werden. Innerhalb dieses Bereiches, der durch diese beiden Brückenwiderstände gegeben ist, und unterhalb der Grenzkennlinie muß nun die Brückenkennlinie verlaufen. Der Verlauf der Brückenkennlinie ist aber durch den Kaltleiter bestimmt. Außerdem muß der mit Kreis und Pfeil markierte Teil der Brückenkennlinie innerhalb des schraffierten Gebietes liegen. Es ist also ein Kaltleiter zu wählen, der diese Bedingungen erfüllt.

Aus der Abb. 8 ist ersichtlich, daß wir den Vorwiderstand so einstellen müssen, daß der Brückenwiderstand etwa zwischen 430Ω und 550Ω liegt. Damit ergibt sich eine Oszillatorspannung zwischen 3 und 5 Volt. Die durch Kreis und Pfeil markierten Punkte sind nur Richtwerte und können gegebenenfalls auch etwas über- bzw. unterschritten werden, z. B. wenn aus anderen Gründen eine Oszillatorspannung von 6 Volt gefordert wird.

Bei der Ermittlung der Brückenkennlinie wurde die Voraussetzung gemacht, daß die Gesamtverstärkung so groß ist, daß man $R_{KL} = 1/2 R_V$ setzen kann. Um nun zu prüfen, inwieweit diese Annahme zulässig war, wurden in das Diagramm der Abb. 3 die Spannungswerte eingetragen, wie sie der Brückenkennlinie der Abb. 5 entnommen wurden. Wie man sieht, stimmen sie recht gut mit den gemessenen Werten überein. Die Gesamtverstärkung des Oszillatorverstärkers nach Abb. 1 beträgt 120, bei einer Verstärkung der Endröhre von etwa 1,3.

Schrifttum

- [1] Zaiser, W.: ENT [1942], H. 12, S. 228 ... 234.
- [2] Hollmann, H. E.: Elektrotechnik, Bd. 1 [1947], Nr. 5.
- [3] Sommer, J., u. Werner, H.: FUNK-TECHNIK, Bd. 7 [1952], H. 19, S. 522 ... 523.
- [4] Sommer, J.: FUNK UND TON, Bd. 6 [1952], H. 10, S. 520 ... 526.

Der Quarz als Zweipol¹⁾

Allgemeines

Betrachtet man die elektrischen Eigenschaften eines Quarzes in Abhängigkeit von der Frequenz, so kann man für den Quarz ein elektrisches Ersatzschaltbild aufstellen (Abb. 1).

Danach hat der Quarz eine Serienresonanzfrequenz

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L_q C_q}} \quad (1)$$

und eine Parallelresonanzfrequenz

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L_q \frac{C_q C_p}{C_q + C_p}}} \quad (2)$$

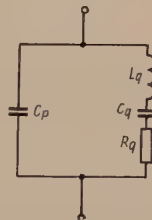


Abb. 1 Das elektrische Ersatzschaltbild des Quarzes

die oberhalb der Serienresonanzfrequenz liegt.

Der Abstand zwischen der Parallel- und Serienresonanz beträgt

$$\nu_p = \frac{2 \Delta f}{f} = \frac{C_q}{C_p} \quad (3)$$

Die Quarzdämpfung ist

$$d_q = \frac{R_q}{\omega L_q} = R_q \omega C_q \quad (4)$$

und als Paralleldämpfung sei

$$d_p = R_q \omega C_p \quad (5)$$

definiert.

Der Resonanzwiderstand des in seiner Parallelresonanz schwingenden Quarzes ist

$$R_{pq_0} = \frac{1}{R_q \omega^2 C_p^2} \quad (6)$$

Die Serienresonanzstelle hängt mit allen Eigenschaften nur vom Quarzkristall allein ab. Die Lage der Parallelresonanzstelle hängt vom C_p des Quarzes, d. i. die Kapazität der Quarkscheibe und der Halterung, sowie der zur Schaltung gehörenden Kapazität C_t ab.

1) Der Aufsatz gibt eine kurze Darstellung der für die Praxis wichtigsten Zweipol-Eigenschaften des Quarzes. Es ist beabsichtigt, in den folgenden Heften von FUNK UND TON den Quarz und dessen Anwendung in einer Aufsatzreihe der gleichen Verfasser zu bringen. Der vorliegende Aufsatz stellt eine Einführung zu diesem Thema dar.

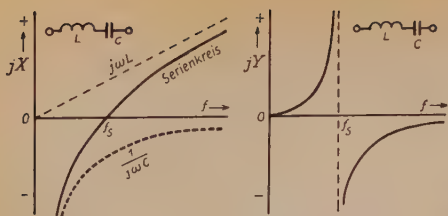


Abb. 2 links außen. Blindwiderstandsverlauf eines Serienkreises

Abb. 3. Blindleitwertsverlauf eines Serienkreises

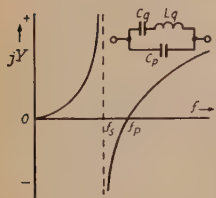


Abb. 4. Blindleitwertsverlauf eines Quarzes

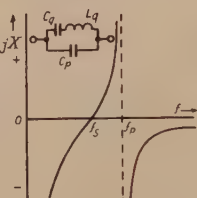


Abb. 5. Blindwiderstandsverlauf eines Quarzes

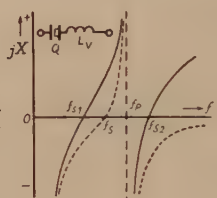


Abb. 6. Blindwiderstandsverlauf: Quarz m. Serieninduktivität

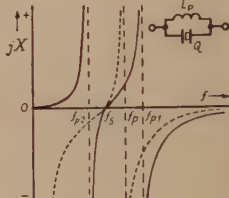


Abb. 7. Blindwiderstandsverlauf: Induktivität L_p parallel zum Quarz

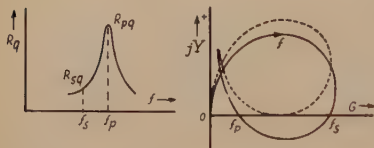


Abb. 8 links außen. Wirkwiderstand eines Quarzes

Abb. 9. Ortskurve des Quarzscheinleitwertes

Grafische Darstellung

Abb. 2 zeigt den Blindwiderstands- und Abb. 3 den Blindleitwertsverlauf eines Serienkreises. Wird eine Kapazität parallel zum Serienkreis geschaltet, so erhalten wir eine Anordnung, die einem Quarz äquivalent ist. Den Blindleitwertsverlauf eines solchen zeigt Abb. 4.

Durch Inversion erhalten wir den Blindwiderstandsverlauf eines Quarzes (Abb. 5).

Schalten wir in Serie zum Quarz eine Induktivität, so zeigt Abb. 6, daß die ursprüngliche Serienresonanzstelle nach niedrigen Frequenzen wandert und eine zweite Serienresonanzstelle weit oberhalb der Parallelresonanzstelle entsteht. Die ursprüngliche Parallelresonanzstelle bleibt erhalten.

Schalten wir eine Kapazität in Serie zum Quarz, so wandert die Serienresonanzstelle nach höheren Frequenzen, während die Parallelresonanzstelle erhalten bleibt.

Ein duales Verhalten zeigt sich, wenn die Blindwiderstände parallel zum Quarz liegen. Eine Kapazität verschiebt dann die Parallelresonanzstelle nach tiefen Frequenzen, während die Serienstelle unverändert bleibt.

Eine Induktivität parallel zum Quarz verschiebt die Parallelresonanz nach höheren Frequenzen und eine zweite Parallelresonanz erscheint unterhalb der Serienresonanz (Abb. 7).

Sind dabei die Parallelblindwiderstände auf die Serienresonanz des Quarzes abgestimmt, so haben die Parallelresonanzstellen einen Abstand von

$$v = \pm \sqrt{C_q/C_p} \quad (7)$$

Abb. 8 zeigt den Wirkwiderstandsverlauf eines Quarzes und Abb. 9 die Ortskurve des Quarzscheinleitwertes.

Die Ortskurve des parallel abgestimmten Quarzes [5] ist ein doppelt durchlaufener Kreis (Abb. 10) (Verlauf der Frequenz auf der Ortskurve entsprechend a, b, c, d).

Abb. 11 zeigt einen Schreibstreifen, der den Scheinwiderstand eines Quarzes als Funktion der Frequenz darstellt. Außer der Hauptresonanz sind noch eine Reihe von Nebenresonanzstellen vorhanden.

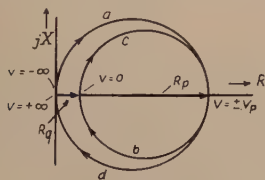


Abb. 19. Ortskurve des parallel abgestimmten Quarzes

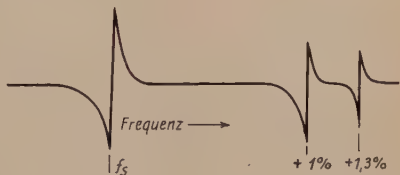


Abb. 11. Scheinwiderstand eines Quarzes als Funktion der Frequenz

Analytische Darstellung

a) „Normierte“ Darstellungen

Aus dem Quarzersatzschaltbild Abb. 1 ergibt sich mit den Abkürzungen nach Gl. (3) und (5) und mit der Verstimmung

$$v = \frac{f^2 - f_s^2}{f^2} \quad (8)$$

der Quarzscheinwiderstand zu

$$\mathfrak{R}_q = \frac{R_q}{\left(1 - \frac{v}{v_p}\right)^2 + d_p^2} + \frac{j}{\omega C_p} \frac{v/v_p (1 - v/v_p) - d_p^2}{(1 - v/v_p)^2 + d_p^2} \quad (9)$$

Führt man als „normierte Verstimmung“

$$\Omega = \frac{v}{v_p} = \frac{f^2 - f_s^2}{f_p^2 - f_s^2} \quad (10)$$

ein, so wird

$$\frac{\mathfrak{R}_q}{R_q} = \frac{1}{(1 - \Omega)^2 + d_p^2} + \frac{j}{d_p} \cdot \frac{\Omega (1 - \Omega) - d_p^2}{(1 - \Omega)^2 + d_p^2} \quad (11)$$

Für manche Betrachtungsweisen ist es zweckmäßig, den Scheinleitwert zu kennen

$$\frac{\mathfrak{G}}{R_q} = \frac{d_p^2}{\Omega^2 + d_p^2} + j d_p \frac{d_p^2 - \Omega (1 - \Omega)}{\Omega^2 + d_p^2} \quad (12)$$

Aus (11) folgt für die Resonanzstellen

$$\Omega_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 d_p^2}}{2} \quad (13)$$

Eine reelle Lösung ergibt sich nur, solange

$$d_p < 1/2 \text{ bzw. } 2 R_q < \frac{1}{\omega C_p} \text{ ist.}$$

Für $d_p \ll 1$ erhält man die Lösungen

$$\Omega_1 = 1 - d_p^2 \quad (\text{Parallelresonanz})$$

und

$$\Omega_2 = d_p^2 \quad (\text{Serienresonanz})$$

Im allgemeinen ist d_p zu vernachlässigen.

b) Das „Ziehen“ des Quarzes [1]

Schaltet man in Serie zu einem Quarz einen Blindwiderstand jX , so verändert sich seine Serienfrequenz. Bei Serienschaltung einer Kapazität ergibt sich aus

$$\frac{1}{\omega C_p} \cdot \frac{\Omega}{1 - \Omega} - \frac{1}{\omega C_v} = 0 \quad (15)$$

bzw.

$$\Omega = \frac{C_p}{C_p + C_v} \quad (16)$$

die Ziehverstimmung (Abb. 12)

$$v_c = \frac{C_q}{C_p + C_v} \quad (17)$$

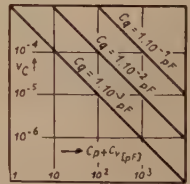


Abb. 12. Ziehverstimmung v_c in Abhängigkeit von $C_p + C_v$

Beispiel:

Gegeben: Ein Quarz mit einem $C_q = \frac{1}{50}$ pF, $C_p = 5$ pF und einem Serienkondensator $C_v = 45$ pF.

Gesucht: Die relative Frequenzänderung der Serienresonanz.

Lösung: Es ist $\frac{\Delta f}{f} = + 2 \cdot 10^{-4}$.

Bei der Serienschaltung mit einer Induktivität L_v ergibt sich die Ziehverstimmung der tieferen Serienresonanzstelle v_L bei Vernachlässigung der Verluste aus

$$\frac{1}{\omega C_p} \cdot \frac{\Omega}{1 - \Omega} + \omega L_v = 0 \quad (18)$$

zu

$$\Omega = - \frac{\omega_s^2 L_v C_p}{1 - \omega_s^2 L_v C_p} \quad (19)$$

oder

$$v_L = - \frac{L_v}{L_q} \cdot \frac{1}{1 - \omega_s^2 L_v C_p} \quad (20)$$

Beispiel:

Gegeben: Ein Quarz mit der Serienresonanzfrequenz $f = 2 \text{ MHz}$, der Ersatzinduktivität $L_q = 0,5 \text{ H}$, der Parallelkapazität $C_p = 7 \text{ pF}$.

Gesucht: Die Frequenzänderung der Serienresonanz des Quarzes durch Vorschaltung einer Induktivität $L_v = 50 \mu\text{H}$.

Lösung:
$$\frac{\Delta f}{f} = -5,3 \cdot 10^{-5}.$$

Die bei höheren Frequenzen auftretende Resonanzstelle ist ohne Interesse. Schaltet man einen Serienkreis $j\omega_0 L_z v_z$ vor den Quarz, so ist mit

$$v_z = \frac{f - f_0^2}{f^2} \quad (21)$$

$$v = -\frac{L_z v_z}{L_q} \cdot \frac{1}{1 - \omega^2 C_p L_z v_z} \quad (22)$$

Die Gl. (17) zeigt, daß der Ziehvorgang nach oben beschränkt wird durch das C_p . In der Praxis wird man wohl nur einige 10^{-4} erreichen. Mit dem Vorschalt- L_v kann man den Quarz so weit nach unten ziehen, bis durch die auftretenden Verluste die Schwingung abreißt. Im allgemeinen wird man nicht mehr als $1 \cdot 10^{-3}$ ziehen können.

c) Die „Transformation“ [2]

Durch das C_p bedingt, tritt beim „Ziehen“ durch einen Vorschaltblindwiderstand X_v außerdem noch eine Transformation der Quarzersatzwerte auf. Diese Transformation ist mit der Verstimmung fest verknüpft.

Hat der ursprüngliche Quarz die Ersatzdaten R_0 , L_0 , C_0 und C_1 , so hat der „transformierte“ Quarz die Daten R_q , L_q , C_q und C_p .

Zur Bestimmung dieser „transformierten“ Ersatzwerte sind vier unabhängige Gleichungen erforderlich, die sich aus folgenden Ansätzen ergeben:

a) Abseits der Resonanzstellen müssen die statischen Kapazitäten beider Zweipole übereinstimmen,

b) ebenso müssen die Serienresonanzfrequenzen

$$\omega_{0s} = \omega_s$$

c) die Parallelresonanzfrequenzen

$$\omega_{0p} = \omega_p$$

und

d) die Dämpfungsfaktoren

$$d_{q0} = d_q$$

beider Zweipole jeweils gleich sein.

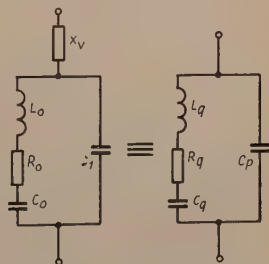


Abb. 13. Zur „Transformation“ eines Quarzes

Damit ergibt sich (Abb. 13)

$$\left. \begin{aligned} L_q &= L_0 \varepsilon^2 \\ R_q &= R_0 \varepsilon^2 \\ C_q &\sim C_0 \frac{1}{\varepsilon^2} \\ C_p &= C_1 \cdot \frac{1}{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \text{ mit } \varepsilon = \frac{1}{1 - \Omega} \quad (23)$$

Für einen Luftspaltquarz mit $X_v = \frac{1}{\omega C_v}$ erhalten wir bei Vernachlässigung der Verluste die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} L_q &= L_0 \left(1 + \frac{C_1}{C_v} \right)^2 \\ R_q &= R_0 \left(1 + \frac{C_1}{C_v} \right)^2 \\ C_q &\sim C_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{C_1}{C_v} \right)^2} \\ C_q &= C_0 \frac{C_v^2}{(C_v + C_1) (C_q + C_v + C_1)} \\ C_p &= C_1 \frac{C_v}{C_1 + C_v} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Die Ziehverstimmung ist

$$v_c = \frac{C_0}{C_v + C_1} \quad \text{und} \quad \varepsilon = 1 + C_1/C_v$$

Für ein Vorschalt- L_v ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} R_q &= R_0 (1 - \omega^2 L_v C_1)^2 \\ L_q &= L_0 (1 - \omega^2 L_v C_1)^2 \\ C_q &\sim C_0 \frac{1}{(1 - \omega^2 L_v C_1)^2} \quad \text{oder genauer} \\ C_q &= C_0 \frac{1}{(1 - \omega^2 L_v C_1) [1 - \omega^2 L_v (C_0 + C_v)]} \\ C_p &= C_1 \cdot \frac{1}{1 - \omega^2 L_v C_1} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Die Ziehverstimmung ist

$$v_L = - \frac{C_0}{C_1} \cdot \frac{\omega^2 L_v C_1}{1 - \omega^2 L_v C_1} = - \frac{L_v}{L_0} \cdot \frac{1}{1 - \omega^2 L_v C_1}$$

und

$$\varepsilon = 1 - \omega^2 L_v C_1$$

d) Der parallel abgestimmte Quarz [3]

Wenn man die Transformation der Impedanzen vermeiden will, muß das C_p durch ein L_p weggestimmt werden.

Hat der Parallelkreis die Güte Q_k und der Quarz die Güte Q_q , dann ist der Verlauf des Betrages des Scheinwiderstandes (Abb. 14) gegeben durch

$$\Re \frac{1}{R_q} \approx \frac{1 + x^2 \frac{Q_q}{Q_k}}{(1 - x^2)^2 + x^2 \cdot \frac{C_p}{C_q} \cdot \frac{1}{Q_k^2}} + j \frac{Q_q}{C_p} \sqrt{\frac{C_q}{(1 - x^2)^2 + x^2 \cdot \frac{C_p}{C_q} \cdot \frac{1}{Q_k^2}}} \quad (26)$$

mit $x = \frac{v}{v_p}$ und $v_p = \sqrt{\frac{C_q}{C_p}}$

In einem Bereich von

$$v_{\max} \leq \frac{1}{3} \sqrt{\frac{C_q}{C_p}} \quad (27)$$

wirkt der parallel abgestimmte Quarz wie ein Serienkreis allein. Durch einen vorgeschalteten Blindwiderstand wird jetzt die Ziehverstimmung

$$v_C = \frac{C_q}{C_v} \quad \text{oder} \quad v_L = -\frac{L_v}{L_q} \quad (28)$$

Da bei den meisten Quarzen $C_q/C_v \sim 10^{-3}$ ist, sind nach dieser Methode Frequenzänderungen von $\sim \pm 5 \cdot 10^{-3}$ ohne Transformation der Impedanzen möglich.

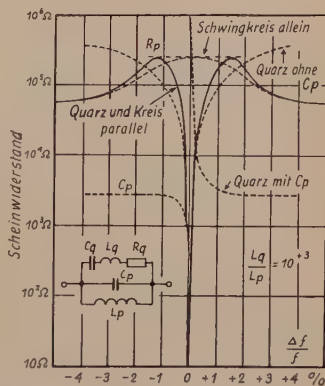


Abb. 14. Scheinleitwert bei parallel abgestimmtem Quarz (nach Kautter)

e) TK des Quarzes und der Zieheinrichtung [2]

Mit der Ziehverstimmung v_v ändert sich aber auch der Temperaturkoeffizient des gezogenen Quarzes. Beim parallel abgestimmten Quarz mit Serienblindwiderstand in der Nähe der Quarzresonanz gilt

$$X_v + \omega L_q \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2} = X_v + \omega L_q v_v = 0, \quad (29)$$

woraus abzuleiten ist

$$\frac{d\omega}{dT} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{d\omega_0}{dT} \cdot \frac{1}{\omega_0} - \frac{1}{2} \frac{X_v}{\omega L_q} \cdot \frac{dX_v}{dT} \cdot \frac{1}{X_v}, \quad (30)$$

was, da

$$\left. \begin{aligned} v_v &= -\frac{X_v}{\omega_0 L_q} \\ \overline{TK}_{f_{q1}} &= \frac{d\omega}{dT} \cdot \frac{1}{\omega} \quad (\text{Gesamt-TK von Quarz und Ziehelement}), \\ TK_{f_{q1}} &= \frac{d\omega_0}{dT} \cdot \frac{1}{\omega_0} \quad (\text{TK des Quarzes}) \quad \text{und} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$TK_V = \frac{dX_V}{dT} \cdot \frac{1}{X_V} \quad (\text{TK des Ziehelementes}) \quad (\text{noch 31})$$

gesetzt werden kann, ergibt sich aus (30)

$$\overline{TK}_{fq} = TK_{fq} + \frac{1}{2} v_V \cdot TK_V \quad (32)$$

Liegt der Quarz im Kreis, dann gilt wieder (30), mit

$$X_V = \omega L_V - \frac{1}{\omega C_V} = 2 L_V (\omega - \omega_V) \quad (33)$$

Aus

$$TK_V = \frac{dX_V}{dT} \cdot \frac{1}{X_V} \quad (34)$$

wird

$$TK_V = -2 \frac{L_V}{X_V} \cdot \frac{d\omega_V}{dT} \quad (35)$$

und

$$TK_{LC} = \frac{d\omega_V}{dT} \cdot \frac{1}{\omega_V} \quad (36)$$

Damit ist

$$\overline{TK}_{fq} = TK_{fq} + \frac{L_V}{L_q} \cdot TK_{LC} \quad (37)$$

Die schaltungstechnischen Konsequenzen dieser Gleichungen für hochkonstante Schaltungen bezüglich des Einflusses auf den Quarz-TK sind.

- a) der Quarz soll bei Serienresonanzbetrieb nicht zu stark verstimmt werden und
- b) bei Verwendung des Quarzes im Kreis ist es günstig, ein großes L_q/L_V -Verhältnis zu verwenden.

Beispiel:

Ein Quarz werde maximal um $\pm 5 \cdot 10^{-5}$ gezogen. Der Ziehkreis habe ein TK_V von $100 \cdot 10^{-6}$. Damit wird die Vergrößerung des TK_{fq} durch die Ziehelemente nur $\leq 5 \cdot 10^{-9}/^\circ\text{C}$, so daß dadurch abgeschätzt werden kann, ob der Ziehkreis für die jeweilige Stabilisierungsaufgabe mit im Thermostaten untergebracht werden muß.

Literaturnachweis

- [1] W. Herzog, Verfahren zur Veränderung der Resonanzfrequenz von Kristalloszillatoren, AEU Bd. 2, [1948], S. 153 ... 163.
- [2] E. Kettel, Zur Stabilität von Quarzgeneratoren, Telefunken-Zeitung Bd. 25, Nr. 97, [Nov. 1952], S. 246 ... 256.
- [3] W. Kautter, Quarzfilter mit stetiger Bandbreitenregelung, Telefunken-Zeitung Bd. 18, [Juli 1937], S. 22 ... 41.
- [4] H. A w e n d e r, K. S a n n, Begriffsbestimmungen aus der Quarztechnik, FUNK-TECHNIK Bd. 7, [1952], H. 20, S. 564.
- [5] E. Kettel, Schaltung mit Schwingquarz, Telefunken-Zeitung Bd. 25, Nr. 97, [Nov. 1952], S. 265 ... 268.

Die Verzerrung beliebig geformter Kurven durch RC-Glieder

(2. Teil und Schluß aus FUNK UND TON Bd. 8 [1954] H. 1, S. 46)

Der erste Teil zeigte die Verzerrung verschiedener Kurven durch RC-Glieder, z. B. bei einem Kardiogrammen¹⁾. Dieser zweite Teil enthält Tabellen und Nomogramme zur Berechnung der Verzerrungen.

Die Formeln für die Verzerrungen verschiedener Impulse sind in Tabelle 4, ihre Auswertung in Tabelle 5 zusammengestellt. Mit den Nomogrammen Abb. 8 und 9 lassen sich Höhenverluste und Verlängerungen von Rechteck- und Dreieckskurven leicht bestimmen.

Die Fälschung der Höhen läßt sich eindeutig errechnen, die scheinbare Verlängerung eines Impulses ist aber von verschiedenen Faktoren abhängig, wie vom Maßstab, von der Strichstärke und anderen, z. B. individuellen Faktoren. Theoretisch dauert es unendliche Zeit bis der Endzustand erreicht ist, praktisch jedoch höchstens etwa das 10fache der Zeitkonstante, denn dann fehlt weniger als 0,1 % der gesamten Höhe am Endwert. Um die Verlängerung V_P bis zum Abfall auf $P\%$ der Spitze h ausrechnen zu können, gilt allgemein

$$V_P/\tau \text{ bzw. } V_P/T = \ln(100/P) + \ln(u_b/h) \\ = 4,6 + \ln u_b - \ln h - \ln P \quad (18)$$

Darin ist u_b die Endamplitude des Einzelimpulses. Beim Abfall auf 1 % wird das letzte Glied = 0 und fällt fort. In der Tabelle sind diese Werte für 1 % Abfall (in den Nomogrammen auch für 10 %) angegeben; für einen Abfall um beliebige Prozentzahlen P lassen sie sich aus der Gleichung

$$V_P/T = V_{1\%}/T - \ln P \quad (19)$$

errechnen. Erhält man eine negative Zahl, so ist keine Verlängerung vorhanden. Wenn man die Zeitkonstanten kennt — und diese lassen sich ja rechnerisch oder experimentell bestimmen — so kann man auch umgekehrt aus einer verzerrten Kurve die unverzerrte mit sehr guter Annäherung bestimmen, wenn die Anfangsbedingungen bekannt sind; man braucht nur die Formeln der Tabelle 2 in umgekehrter Richtung anzuwenden. Hier geht man zweckmäßig im Verhältnis t/τ bzw. t/T nicht höher als bis zu 0,2 ... 0,4 und unterteilt, wenn nötig, in 4 Teile. Als Beispiel diene eine Parabel, die durch ein RC-Glied mit Serienkondensator verzerrt ist (Zeitkonstante T). (Vgl. Abb. 5 V 2.)

Aus den errechneten Werten	$v =$	0	17,096	28,762	35,508	
zur Zeit	$t =$	0	1	2	3	bei $T = 10$

wurde nach den Formeln (9) bis (11) die Gleichung

$$v = 19,981 t - 2,97 t^2 + 0,085 t^3 \text{ errechnet.}$$

Hierin ist die e-Funktion, in eine Potenzreihe entwickelt, enthalten.

1) Mit verschiedenen Zeitkonstanten und Frequenzblenden aufgenommene Elektrokardiogramme bringt eine Arbeit von Stoboy und William demnächst in einer medizinischen Zeitschrift.

Tabelle 4. Formeln für α

n	Kurve	durch	Maximum verschoben um t_m Abfall beim Maximum A_m , %
0	Rechteck Höhe h Breite b	τ	
		T	
		$T + \tau$	$\frac{t_m}{T} = \vartheta_\tau \cdot \ln \frac{T}{\tau}$ $A_m \% = 100 \left(1 - e^{-\frac{t_m}{T}} \right)$ $e^{-\frac{t_m}{T}} = \left(\frac{\tau}{T} \right)^{\vartheta_\tau}$
1	Dreieck Zeichnung s. Tab. 2	τ	$\frac{t_m}{\tau} = \ln \left[\frac{b_2}{b_1} \left(1 - e^{-\frac{b_1}{\tau}} \right) + 1 \right] = \ln \left(2 - e^{-\frac{b}{2\tau}} \right) \text{ für } b_1 = b_2 = \frac{b}{2}$ $A_m \% = \frac{100 \tau}{b_1} \cdot \frac{t_m}{\tau} = \frac{200 \tau}{b} \cdot \ln \left(2 - e^{-\frac{b}{2\tau}} \right) \text{ für } b_1 = b_2$ $A_m \% = \frac{138,6 \tau}{b} \text{ für } \frac{b}{\tau} \geq 10$ <p>(Maximum nicht verschoben)</p> $A_m \% = 100 \left[1 - \frac{T}{b_1} \left(1 - e^{-\frac{b_1}{T}} \right) \right]$ $\approx \frac{50 b_1}{T} \left(1 - \frac{b_1}{3 T} + \dots \right) \text{ für } \frac{b_1}{T} \leq 0,1$

$$\vartheta_\tau = \frac{1}{T - 1} \quad \vartheta = \frac{1}{1 - \frac{\tau}{T}}$$

am Ende Δ_b	Minimum t_n und Verlängerung bis zum Abfall auf 1% der Spitze $V_{1\%}$
$b_{\%} = 100 \cdot e^{-\frac{b}{\tau}}$ $b_{\%} = -100 \left(1 - e^{-\frac{b}{T}} \right) \approx -\frac{100b}{T} \left(1 - \frac{\left(\frac{b}{T}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{b}{T}\right)^3}{3!} - \dots \right)$	$\frac{V_{1\%}}{\tau} = 4,605 + \ln \left(1 - e^{-\frac{b}{\tau}} \right) \quad (\text{Letztes Glied negativ})$ $\frac{V_{1\%}}{T} = \ln \Delta b_{\%} $
$b_{\%} = \vartheta^* \left[\Delta b_{\%} (T \text{ allein}) + \Delta b_{\%} (\tau \text{ allein}) - 100 \frac{\tau}{T} \right]$ $\approx \Delta b_{\%} (T) + \Delta b_{\%} (\tau) \text{ für } \frac{\tau}{T} < 0,001$	$\frac{t_n}{T} = \vartheta_{\tau} \cdot \ln \frac{T}{\tau} \frac{1 - e^{-\frac{b}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{b}{T}}} \quad \Delta b_{\%} = \Delta b_{\%} (T \text{ allein}) \cdot e^{-\frac{t_n}{T}}$ $e^{-\frac{V_{1\%}}{T}} = \frac{0,01 \left(1 - \frac{\tau}{T} \right) + \left(1 - e^{-\frac{b}{\tau}} \right) \cdot e^{-\frac{V_{1\%}}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{b}{T}}}$ $\text{für } \frac{V_{1\%}}{\tau} \gg 1$ $\frac{V_{1\%}}{T} \approx \frac{V_{1\%}}{T} (T \text{ allein}) - \ln \left(1 - \frac{\tau}{T} \right) \approx \frac{V_{1\%}}{T} (T \text{ allein}) + \frac{\tau}{T}$
$b_{\%} = \frac{100\tau}{b_2} \left[1 - \left\{ \frac{b_2}{b_1} \left(1 - e^{-\frac{b_1}{\tau}} \right) + 1 \right\} \cdot e^{-\frac{b_2}{\tau}} \right]$ $= \frac{200\tau}{b} \left(1 - e^{-\frac{b}{2\tau}} \right)^2 \text{ für } b_1 = b_2$ $= \frac{200\tau}{b} \text{ für } \frac{b}{\tau} \geq 20$	$\frac{V_{1\%}}{\tau} = \ln \Delta b_{\%}$
$b_{\%} = -\frac{100T}{b_2} \left[1 - \left\{ 1 + \frac{b_2}{b_1} \left(1 - e^{-\frac{b_1}{T}} \right) \right\} \cdot e^{-\frac{b_2}{T}} \right]$ $= -\frac{200T}{b} \left(1 - e^{-\frac{b}{2T}} \right)^2 \text{ für } b_1 = b_2$ $\approx -\frac{50b}{T} \text{ für } \frac{b}{T} \leq 0,01, \text{ auch bei } b_1 \neq b_2$	$\frac{V_{1\%}}{T} = \ln \Delta b_{\%} $

n	Kurve	durch	Maximum verschoben um t_m Abfall beim Maximum Δ_m , %
1	Dreieck	$T + \tau$	$\frac{t_m}{T} = \vartheta_\tau^*) \left[\ln \left(1 + \frac{b_1}{b_2} - e^{-\frac{b_1}{\tau}} \right) - \ln \left(1 + \frac{b_1}{b_2} - e^{-\frac{b_1}{T}} \right) \right]$ $\frac{t_m}{T} = \vartheta_\tau \left[\ln \left(2 - e^{-\frac{b_1}{\tau}} \right) - \ln \left(2 - e^{-\frac{b_1}{T}} \right) \right] \quad \text{für } b_1 = b_2$ $\frac{t_m}{\tau} = \vartheta_\tau^*) \left[\quad \quad \quad \right]$ $\Delta_m \% = 100 \left[1 - \frac{T}{b_1} \left\{ \left(1 + \frac{b_1}{b_2} - e^{-\frac{b_1}{T}} \right) \cdot e^{-\frac{t_m}{T}} - \frac{b_1}{b_2} \right\} \right]$ $\Delta_m \% = 100 \left[1 - \frac{2T}{b} \left\{ \left(2 - e^{-\frac{b}{2T}} \right) \cdot e^{-\frac{t_m}{T}} - 1 \right\} \right] \quad \text{für } b_1 = b_2$ $\approx 100 - \frac{1}{100} [100 - \Delta(T \text{ allein})] \cdot [100 - \Delta(\tau \text{ allein})]$ $e^{-\frac{t_m}{T}} = \left(\frac{1 + \frac{b_1}{b_2} - e^{-\frac{b_1}{T}}}{1 + \frac{b_1}{b_2} - e^{-\frac{b_1}{\tau}}} \right)^{\vartheta_\tau}$ <p style="text-align: right;">*) siehe S.</p>
2	Parabel	τ	<p>Maximum für $\left(1 + \frac{2\tau}{b} \right) \left(1 - e^{-\frac{t_m}{\tau}} \right) = \frac{2t_m}{b}$</p> <p>Höhe h $\frac{t_m}{b} \approx \left(0,5 + \frac{\tau}{b} \right) \left[1 - e^{-\left(1 + \frac{2\tau}{b} \right) \left(1 - e^{-\frac{t_m}{b}} \right)} \right]^{+)}$</p> <p>Breite b $\approx \left(0,5 + \frac{\tau}{b} \right) \left[1 - e^{-\left(1 + \frac{2\tau}{b} \right)} \right] \quad \text{für } \frac{b}{\tau} \geq 5$</p> $\Delta_m \% = 100 \left(\frac{2t_m}{b} - 1 \right)^2 \approx 100 \left(\frac{2\tau}{b} \right)^2 \quad \text{für } \frac{b}{\tau} \geq 20$ <p>+) ungefähren Wert einsetzen</p>

am Ende Δ_b	Minimum t_n und Verlängerung bis zum Abfall auf 1% der Spitze $V_{1\%}$
$-\frac{\hbar T}{b_1} \left[\vartheta \left(1 + \frac{b_1}{b_2} - e^{-\frac{b_1}{T}} \right) \cdot e^{-\frac{b_2}{T}} - \vartheta_\tau \left(1 + \frac{b_1}{b_2} - e^{-\frac{b_1}{\tau}} \right) \cdot e^{-\frac{b_2}{\tau}} - \frac{b_1}{b_2} \right]$ $v_b = 100 \left(1 - \frac{w_b}{\hbar} \right)$ $= \vartheta [\Delta_b (T \text{ allein}) + \Delta_b (\tau \text{ allein})]$ <p>für $b_1 = b_2$</p>	<p>Minimum für $\frac{t_n}{T} = \vartheta_\tau \ln \frac{T}{\tau} \frac{\Delta_b (\tau \text{ allein})}{ \Delta_b (T \text{ allein})}$</p> $v_b = - \frac{\hbar \Delta_b \text{ %} (T \text{ allein})}{100}$ $\Delta_n \text{ %} = \Delta_b \text{ %} (T \text{ allein}) \cdot e^{-\frac{t_n}{T}}$ $e^{-\frac{t_n}{T}} = \left(\frac{\tau}{T} \frac{ \Delta_b (T \text{ allein})}{\Delta_b \tau \text{ allein}} \right)^{\vartheta_\tau} \approx \left(\frac{\tau}{T} \right)^{2 \vartheta_\tau}$ <p>für $w_b \ll \hbar$</p> <p>Für Verlängerung:</p> $\frac{\hbar}{100} = \vartheta v_b \cdot e^{-\frac{V_{1\%}}{T}} + (v_b - \vartheta \cdot v_b) \cdot e^{-\frac{V_{1\%}}{\tau}}$ $\frac{V_{1\%}}{T} \approx \frac{V_{1\%}}{T} (T \text{ allein}) + \frac{\tau}{T} \quad \text{für } \frac{V_{1\%}}{T} \gg 1$
$v_b = \frac{400 \tau}{b} \left[1 - \frac{2\tau}{b} + e^{-\frac{b}{\tau}} \left(1 + \frac{2\tau}{b} \right) \right]$ $\approx \frac{400 \tau}{b} \left(1 - \frac{2\tau}{b} \right) \quad \text{für } \frac{b}{\tau} \geq 5$	<p>$V_{1\%}$ wie bei $n = 1$</p>

n	Kurve	durch	Maximum verschoben um t_m Abfall beim Maximum A_m , %
	Parabel s. Tabelle 2		$\frac{t_m}{T} = \ln \left(1 + \frac{b}{2T} \right) \quad \text{Für } \frac{b}{T} \leq 0,1$ $\frac{t_m}{b} \approx 0,5 \left[1 - \frac{1}{2} \frac{b}{2T} + \frac{1}{3} \left(\frac{b}{2T} \right)^2 - + \dots \right]$ $A_m \% \approx 100 \left[1 - 4 \frac{T}{b} \left(1 - \frac{2t_m}{b} \right) \right]$ $\frac{b}{T} \leq 0,1 \quad A_m \% \approx 100 \frac{b}{T} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \frac{b}{2T} + \frac{1}{5} \left(\frac{b}{2T} \right)^2 - + \dots \right]$ $T + \tau$ $\text{Maximum für } \left(1 + \frac{b}{2T} \right) \cdot e^{-\frac{t_m}{T}} =$ $1 - \frac{\tau}{T} + \left(\frac{\tau}{T} + \frac{b}{2T} \right) \cdot e^{-\frac{t_m}{\tau}}$ $\frac{\tau}{T} = 0,5 \quad \frac{t_m}{T} = \ln \left(1 + \frac{b}{T} \right)$ $\text{Für } \frac{b}{T} \leq 0,1 \quad \frac{t_m}{b} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{b}{T} + \frac{1}{3} \left(\frac{b}{T} \right)^2 - + \dots$ $v_m \quad T \frac{4b}{b} \left[\left(1 + \frac{2T}{b} \right) \left(1 - e^{-\frac{t_m}{T}} \right) - \frac{2t_m}{b} \right]$ $A_m \% \approx 100 \left\{ 1 - 4 \frac{T}{b} \left[\left(1 + \frac{2T}{b} \right) \left(1 - e^{-\frac{t_m}{T}} \right) - \frac{2t_m}{b} \right] \right\}$
			<p>*) ungefähren Wert einsetzen</p>

am Ende Δ_b	Minimum t_n und Verlängerung bis zum Abfall auf 1% der Spitze $V_{1\%}$
$V_{1\%} = -\frac{400}{b} T \left[1 - \frac{2}{b} T + e^{-\frac{b}{T}} \left(1 + \frac{2}{b} T \right) \right]$ $\approx -\frac{200}{3} \frac{b}{T} \left[1 - \frac{b}{2T} + \frac{3}{5} \left(\frac{b}{2T} \right)^2 - \frac{4}{15} \left(\frac{b}{2T} \right)^3 + \dots \right]$ $\frac{b}{T} \leq 0,1$	$V_{1\%} \text{ wie bei } n = 1$
$V_{1\%} = \vartheta [\Delta_b(T \text{ allein}) + \Delta_b(\tau \text{ allein})]$	<p>Für Minimum $\frac{t_n}{T}$, $\Delta_n \%$, $e^{-\frac{t_n}{T}}$ wie bei $n = 1$</p> <p>Für Verlängerung $1 = -\vartheta \Delta_b (T \text{ allein}) \cdot e^{-\frac{V_{1\%}}{T}}$</p> <p>$+ [\Delta_b(T + \tau) + \vartheta \Delta_b (T)] \cdot e^{-\frac{V_{1\%}}{\tau}}$</p> <p>$\frac{V_{1\%}}{T} \approx \frac{V_{1\%}}{T} (\text{für } T \text{ allein}) + \frac{\tau}{T} \text{ für } \frac{V_{1\%}}{T} \gg 1$</p>

n	Kurve	durch							
0	Rechteck	Parallelkondensator mit τ							
	Höhe h								
	Breite b	$\frac{b}{\tau}$	0,5	1	2	5	10		
	Δb %	60,7	36,8	13,5	0,67	0,0045 %			
	$V_{1\%}$	3,7	4,15	4,45	4,6	4,6			
	Serienkondensator mit T								
	$\frac{b}{T}$	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	1	
	Δb %	1,00	1,98	4,88	9,52	18,13	39,3	63,2	
	$V_{1\%}$	0	0,68	1,59	2,25	2,9	3,7	4,15	
0...2		Gilt für alle Kurven							
1	Symmetrisches Dreieck	τ							
	Höhe h	$\frac{b}{\tau}$	1	2	5	10	20	50	100
	Breite b	$\frac{t_m}{\tau}$	0,33	0,49	0,65	0,69	0,693		
	Δm %	66	49	26	13,8	6,9	2,77	1,39 %	
	Δb %	31,0	40,0	33,7	19,7	10,0	4,0	2,0 %	
	$V_{1\%}$	3,4	3,7	3,5	3,0	2,3	1,4	0,7	
	$\frac{b}{T}$								

durch Glieder mit T und τ

	$\frac{\tau}{T} \%$	0,1 %	1 %	10 %	50 %
Für Maximum	$\frac{t_m}{T} \%$	0,7 %	4,65	25,6	69,3 %
	$\frac{t_m}{\tau} \%$	7,0 %	4,65	2,56	1,39 %
	$\Delta_m \%$	0,69 %	4,60	22,5	50 %
	$\frac{b}{T}$	t_m nicht erreicht			
Am Ende	0,01	0,90	37,15 %		
$\Delta_b \%$	0,1	9,43	8,6	40,3 %	
	1	63,2	62,85	59,1	53,5 %
	$\frac{b}{T}$	$\delta = \frac{\Delta_n (T + \tau)}{\Delta_b (T \text{ allein})}$			
Für Maximum	$\leq 0,001$	0,99	0,91	0,60	0,25
δ	0,01	0,99	0,915	0,60	0,25
	0,1	0,99	0,93	0,63	0,26
	1	0,99	0,95	0,735	0,365
		$\delta = e^{-\frac{t_n}{T}} \quad \frac{t_n}{T} = -\ln \delta$			
Für Verlängerung	$\frac{V_1 \% (T + \tau)}{T} = \frac{V_1 \% (T \text{ allein})}{T} + \frac{\Delta V}{T}$	wenn Minimum lange vorher			
	$\frac{\Delta V}{T}$	0,001	0,01	0,105	0,7
	$\frac{b/2 + t_m}{b}$	$\Delta_m \%$			
Für Maximum	$\frac{b}{T}$	$\frac{b}{\tau}$	100	10	1
	0,001	0,507	0,57	0,83	1,4
	0,01	0,507	0,57	0,83	1,65
	0,1	0,5065	0,565	0,81	3,8
	1	0,5037	0,54		22,5

n	Kurve	durch								
1	Symmetrisches Dreieck	T								
	Höhe h	$\frac{b_1}{T}^*$	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	1	
	Breite b	$\Delta_m \%$	0,5	0,99	2,46	4,84	9,32	21,4	36,1	
		$\Delta_b \%$	0,5	0,99	2,45	4,76	9,06	19,6	31,1	
		$\frac{V_1}{T} \%$	0	0	0,89	1,56	2,2	3,0	3,8	
			unabhängig von Symmetrie				nur bei Symmetrie			
2	Parabel	τ								
	Höhe h									
	Breite b	$\frac{b}{\tau}$	2	5	10	20	50	100	1000	
		$\frac{t_m}{b}$	0,797	0,676	0,599	0,55	0,52	0,51	0,501	
		$\Delta_m \%$	35,2	12,4	3,88	1	0,16	0,04	0,0004	
		$\Delta_b \%$	54,1	48	32	18	7,68	3,92	0,4	
		$\frac{V_1}{\tau} \%$	4	3,9	3,4	2,9	2	1,4	0	
			T							
		$\frac{b}{T}$	0,001	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	1
		$\frac{t_m}{b}$	0,500	0,50	0,498	0,494	0,488	0,477	0,446	0,41
		$\Delta_m \%$	0,0333	0,332	0,662	1,64	3,21	6,20	13,9	24,1
		$\Delta_b \%$	0,0667	0,663	1,32	3,25	6,34	12,1	26,1	41,1
		$\frac{V_1}{T} \%$	0	0	0,28	1,2	1,85	2,5	3,3	3,8

* $\left(\text{für } \Delta_b \frac{b}{T} \right)$

In den Abb. 8 und 9 bedeutet:

$$V_a = V_{1\%}$$

$$V_b = V_{10\%}$$

		durch Glieder mit T und τ								
Am Ende $\Delta_b \%$ und für Minimum	$\frac{b}{T}$	Am Ende $\Delta_b \%$			Für Minimum δ					
		$\frac{b}{\tau}$	100	10	1	$\frac{\tau}{T}$	0,1%	1%	10%	50%
$\frac{\Delta_n(T+\tau)}{\Delta_b(T)}$	0,001		+ 1,95	19,68	30,9		0,99	0,91	0,60	0,25
	0,01		+ 1,50	19,25	30,8		0,99	0,915	0,60	0,25
	0,1		- 2,76	+15,1	29,1		0,995	0,94	0,63	0,265
	1		-29,3	-12,5			0,998	0,98	0,81	0,388
		$\frac{b}{T}$	$\frac{b}{\tau}$	1000	100	10	2			
Für Maximum		0,001		0,5009	0,51	0,60	0,797			
$\frac{t_m}{b}$		0,01		0,4998	0,509	0,60	0,795			
		0,1		0,489	0,498	0,59	0,785			
		1		0,407	0,416	0,51	0,693			
$\Delta_m \%$		0,001		0,03	0,07	3,88	35,2			
		0,01		0,332	0,4	4	35,5			
		0,1		3,21	5,3	7,4	44,4			
		1		24,3	24,4	28,6	54,4			
Am Ende $\Delta_b \%$		0,001		+ 0,33	3,85	31,9	54,1			
		0,01		- 0,25	+ 3,25	31,5	53,7			
		0,1		- 6,0	- 2,4	+25,9	50,3			
		1		-41,1	-38,9	-10,55	+25,4			
Für Minimum		0,1		0,9999	0,999	0,939	0,763			
$\delta = \frac{\Delta_n(T+\tau)}{\Delta_b(T)}$		1		0,998	0,978	0,797	0,383			

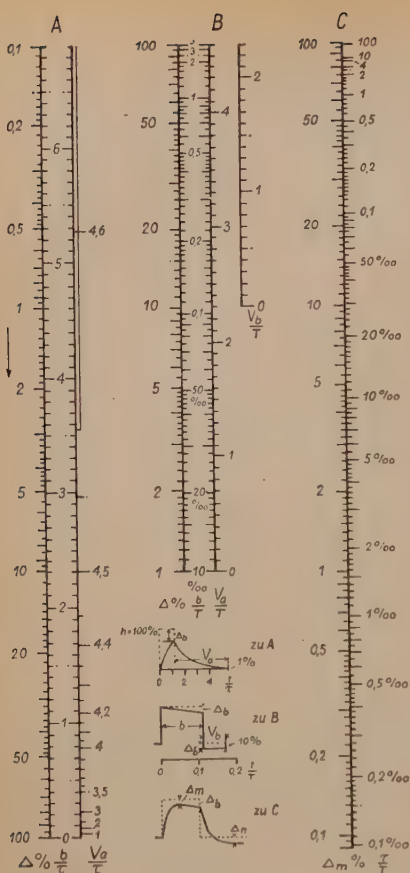


Abb. 8.

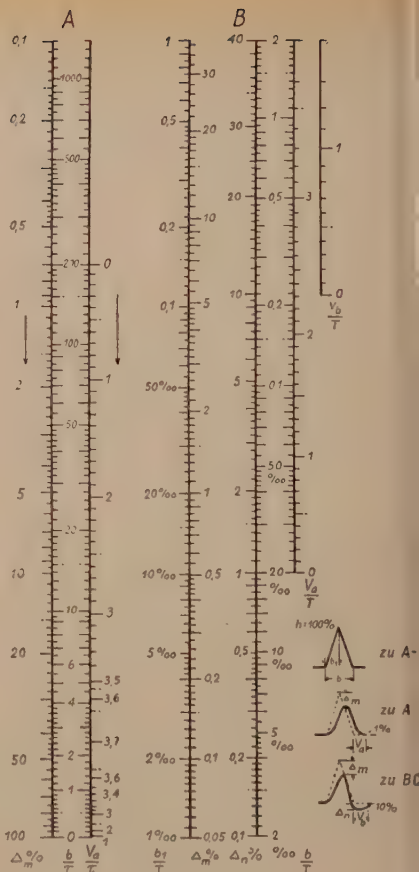


Abb. 9.

Bestimmung der Verzerrungen von Rechteckkurven (Abb. 8) und Dreieckkurven (Abb. 9) durch ein RC-Glied. A: Mit C_l und τ ; B: Mit C_l und T ; C: durch zwei RC-Glieder mit τ und T (Abb. 8). [$V_a = V_{10}$; $V_a = V_{10}$]. Beispiel für Abb. 8. Gegeben: $\tau = 1,33$ ms, $b/\tau = 3,76$; gesucht: $\Delta_b = 2,3\%$ ($V_a/\tau = 4,6$; $V_a = 6,1$ ms). Beispiel für Abb. 9. Gegeben: $\tau = 1,33$ ms, $b/\tau = 15$; gesucht: $\Delta_m = 9,2\%$ ($V_a/\tau = 2,58$; $V_a = 3,43$ ms).

Daraus findet man mit $y_0 = 0$ zur Zeit $t = 0$ für die unverzerrte Kurve

$$y = 19,981 t - 1,971 t^2 - 0,014 t^3 - 0,002125 t^4,$$

die gegenüber der genauen $y = 20 t - 2 t^2$ für $t = 0 \dots 4$, also $t/T = 0 \dots 0,4$ unter 1% Fehler besitzt. Werden aber die Werte aus einer Kurve abgelesen, so können größere Fehler auftreten (so bei Abrundung der oben aufgeführten Werte von v bei $t = 0 \dots 3$ auf ganze Zahlen etwas über 1%).

Für kompensierte RC- und für Resonanzglieder gilt diese verhältnismäßig einfache Rechnung nicht. Sie wird in einer späteren Arbeit behandelt.

Ersatz beliebiger gegebener Kurven durch eine Potenzreihe bis zur 4. Potenz:

$$z = Y_0 + A_0 t + B_0 t^2 + C_0 t^3 + D_0 t^4 \text{ (ähnl. Abb. 4)}$$

Gegeben Differenz gegen: Y_0 Y_1 Y_2 Y_3 Y_4
zur Zeit $t =$ 1 2 3 4

$$A_0 = 3 Y_{123} - 2 Y_{124}$$

$$C_0 = \frac{Y_{12}}{8} - A' - 1,5 B_0$$

$$B_0 = \frac{Y_{124}}{6} - A'$$

$$D_0 = Y_1 - (A_0 + B_0 + C_0)$$

$$Y_{123} = 3 Y_{12} - 4 Y_{13}$$

$$Y_{124} = Y_{12} - Y_{24}$$

$$Y_{12} = 16 Y_1 - Y_2$$

$$Y_{13} = 9 Y_1 - \frac{Y_3}{9}$$

$$Y_{24} = 2 Y_2 - \frac{Y_4}{8}$$

$$A' = \frac{7 A_0}{4}$$

Dr.-Ing. F. WINCKEL

Analyse und Synthese der Sprachlaute

(2. Teil und Schluß aus FUNK UND TON Bd. 8 [1954] H. 1, S. 54)

Während in der Vokalforschung der letzten Jahrzehnte eine größere Aktivität entfaltet wurde und demzufolge konkrete Ergebnisse erzielt werden konnten, ist die Untersuchung der Struktur der Formanten von Konsonanten bisher recht stiefmütterlich behandelt worden. Das hängt mit der größeren Schwierigkeit des Problems zusammen. Bei den Zischlauten — f, s, sch und ch — besteht noch einigermaßen Klarheit, indem durch Engebildung für den Luftstrom Strömungsgeräusche erzeugt

Der Zitterlaut R entsteht als AM, der vom Stimmgenerator, d. h. den Stimmklappen, erzeugten Schwingungen mittels mechanischer Vibration der Zunge (beim R uvulare) bzw. des Zäpfchens (beim R alveolare).

Dagegen sind die akustischen Erscheinungen der Liquidæ l, m und n sowie der Explosivlaute p, t, k und b, d, g umstritten, wenn auch ihre physiologische Entstehungsweise klar ist. Einen wertvollen Beitrag zu dieser Frage stellen Versuche mit synthetischen Lauten der Haskins Lab. in New York dar⁹⁾. In Anlehnung an die „Visible - Speech - Spektren“¹⁰⁾ wurden Spektralbilder, wie sie der Vorstellung der Lautbildung entsprechen, aufgezeichnet und anschließend durch elektrische Lichtstrahlabtastung hörbar gemacht.

Dabei bestätigte sich die bekannte Tatsache, daß die Explosivlaute gar keine selbständigen Laute sind, sondern als Ausgleichvorgänge hörbar werden und mit dem folgenden Vokal eine untrennbare Einheit bilden. Abb. 9 zeigt ein gezeichnetes Spektrogramm, das in Zeilen von unten nach oben fortschreitend in Richtung links nach rechts — wie ein Fernsehbild — abgetastet wird. Beim Abtasten setzt zunächst

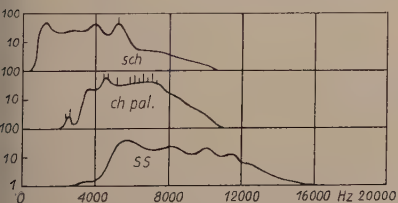


Abb. 8. Spektren von Zischlauten
(nach E. Thienhaus)

werden, die ein kontinuierliches Spektrum im Bereich höherer Frequenzen bilden, wobei ein überlagertes Linienspektrum der jeweiligen Artikulationsstellung der Resonanzräume — Mund und Rachenraum — zuzuschreiben ist⁸⁾ (s. auch Abb. 8).

⁸⁾ E. Thienhaus, Arch. Néerland. Phon. Exp. 11, [1935], S. 47.

⁹⁾ F. S. Cooper, P. C. Delattre, A. M. Liberman, J. M. Borst, L. J. Gerstman, Journ. Acoust. Soc. 24 [1952] Nr. 6, S. 697.

¹⁰⁾ Potter, Kopp und Green, Visible Speech, New York 1947.

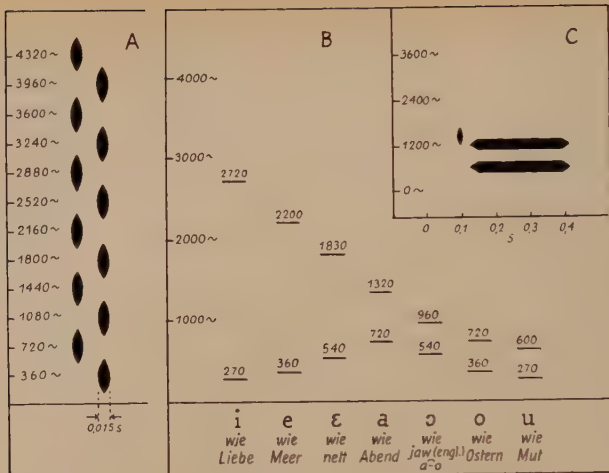


Abb. 9. Impulserregung der Formanten. A) Verfügbare Impulse; B) Formanttafel; C) Ausführungsbeispiel der Zusammensetzung von Impuls und stationärem Laut

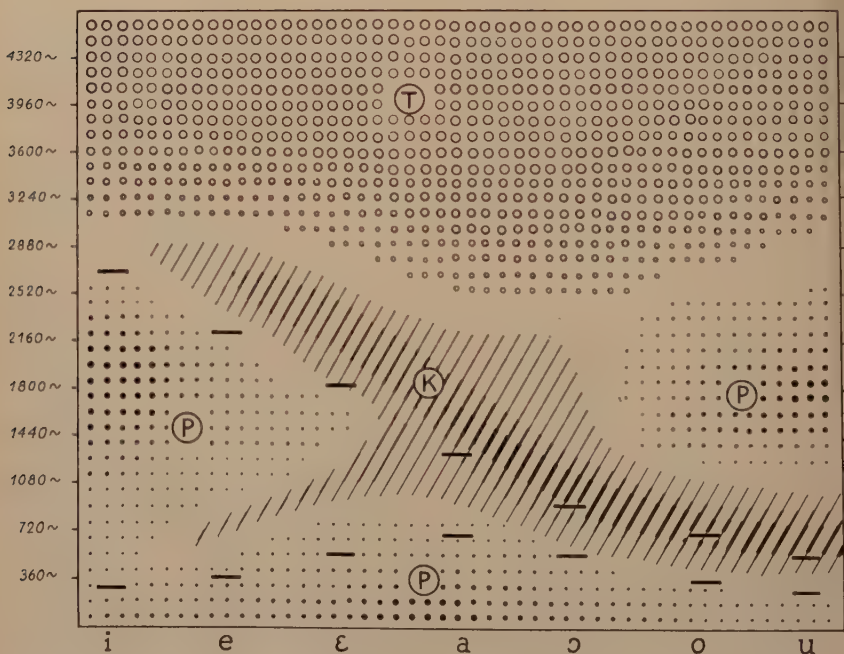


Abb. 10. Auswertung der Hörtests nach Abb. 9. Die Kombinationen von A und B ergeben die eingezeichneten Explosivlaute

ein Stoß bei 0,1 s ein, dem der aus zwei Formanten bestehende Vokal folgt. Zwischen dem Stoß und dem stationären Vokal bildet sich ein Ausgleichvorgang. Es wurden nun Stöße in allen möglichen Frequenzlagen (A) gebildet und mit dem in B gezeichneten Vokalen in allen Varianten kombiniert, wobei sich 84 Silben ergaben. Versuchspersonen hatten anzugeben, welche Explosivlaute sie jeweils hören konnten.

Die Auswertung der Ergebnisse zeigt Abb. 10. Stöße in hohen Frequenzlagen wurden in Verbindung mit allen Vokalen als „t“ identifiziert. In tieferen Lagen wurde „k“ gehört, wenn die Frequenz mit derjenigen des zweiten Vokalformanten übereinstimmte. Andernfalls wurde „p“ gehört.

Grundsätzlich handelt es sich darum, daß schnelle Übergänge zwischen Lauten hergestellt werden, denn sie enthalten als kritische Größe eine spezifische Information. Um diese Frage näher zu studieren, wurden gemäß Abb. 11 stationäre Vokallaute aufgezeichnet, denen durch Haken bestimmte Formen zu Beginn des Lautes gegeben wurden. In der Zeile I hat der erste Formant stets einen steigenden Übergang, während der zweite zuerst steigenden, in der Mitte gar keinen und nach rechts zu fallenden Übergang aufweist. In der Zeile II hat der zweite Formant dieselbe Tendenz, der erste Formant jedoch einen sehr geringen Frequenzanstieg im Einschwingvorgang. Aus dem Abhören dieser akustischen Symbole scheint es so, als ob der erste Formant zur

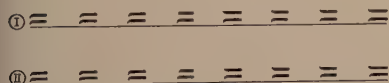


Abb. 11. Synthetische Modellstudien zu den Explosivlauten

Stimmhaftmachung der Explosivlaute beiträgt, während die Übergänge beim zweiten Formanten die Basis zur Unterscheidung von b, d, g bzw. p, t, k bilden. Es zeigt sich, daß steigender Übergang des zweiten Formanten auf b oder p führt, fallende Tendenz auf d bzw. t oder g bzw. k, was nicht eindeutig zu unterscheiden ist.

Auf die Verwechslung der Explosivlaute untereinander hatte bereits F. Winckel gelegentlich synthetischer Lautversuche mit Magnetbändern hingewiesen¹¹⁾. Die Ausgleichvorgänge wurden durch verschiedenartiges Abheben des mit

¹¹⁾ F. Winckel, Z. f. Phonetik, Bd. 5 [1951], H. 15.

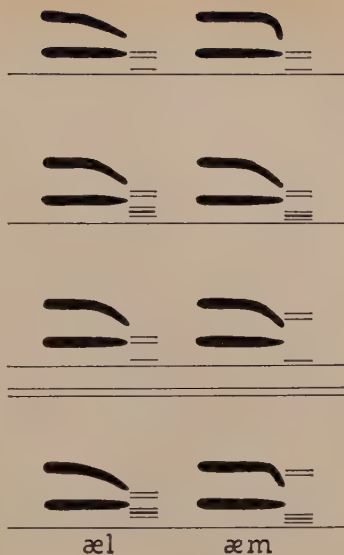


Abb. 12. Modellstudien zur Bildung von l und m in Verbindung mit dem Vokal æ

einer stationären Vokalaufzeichnung versehenen Magnetbandes vom Hörkopf bewirkt. Dabei traten Fälle auf, wo man Lautbildungen wie *ebebe* auch unsicher wie *edebebe* verstehen konnte. Diese sind also sehr instabil.

Die Untersuchung einer weiteren Lautgruppe, der „Nasal-Resonanten“ m, n und ng (wie in „lang“), bestehend aus einem Ausgleichvorgang und einem stationären Laut hatte Ergebnisse, die in Abb. 12 dargestellt sind. In Verwandtschaft zu den Explosivlauten zeigt sich das Verhalten der Übergänge des zweiten Formanten beim m ähnlich wie bei b und p, beim n gleicht es d bzw. t und beim ng dem g bzw. k. Jedoch kommen Verwechslungen beim Abhören von m und l vor. Die Untersuchungen in diesen Lautgruppen sind noch in Fluß.

Während die Laute der genannten Versuchsserien zwar mit zwei Formanten bereits zu brauchbaren Ergebnissen führten, zeigte sich jedoch, daß die Ausgleichvorgänge des dritten Formanten wesentlich zur Identifizierung der Konsonanten beitrugen. Die Laut-Erkennbarkeit scheint besser zu werden, wenn in allen Formanten gleichzeitig Ausgleichvorgänge auftreten, wobei drei Formanten als ausreichend betrachtet werden. Unter solchen Bedingungen ist dann der Laut widerstandsfähig gegen Geräuschverdeckung.

Man sieht, daß selbst ganz hochwertige physikalische Mittel nicht ausreichen, die letzten Zusammenhänge in der Lautbildung aufzudecken. Man soll nicht erwarten, die Foneme stets nur im Oszillogramm des Sprechers zu finden. Die feineren Unterschiede in den Sprachlauten liegen mehr auf artikulatorischem Gebiet als im akustischen Bereich. Anders gesagt: die Beziehung zwischen Perzeption und Artikulation ist einfacher als die zwischen Perzeption und akustischer Erregung.

Einen weiteren Einblick in die vorstehend geschilderten Zusammenhänge erhält man durch ein neues Modell des elektrischen Vokaltrakts nach H. K. Dunn⁹⁾, das in einer verbesserten Form im Massachusetts Institut (MIT) unter Mitarbeit des Schweden C. G. M. Fant entwickelt wurde¹²⁾. Der Vokaltrakt wird als ein Rohr veränderlichen Querschnitts von 0,17 bis 17 cm² betrachtet und danach ein elektrisches Ersatzschema einer Übertragerleitung aus 35 π -Abschnitten angegeben, wobei jedem Sektor 0,5 cm Länge des Vokaltrakts entspricht. Für die Erregung dieses Gebildes ergeben sich die in Abb. 13 dargestellten Möglichkeiten. Im Beispiel a) ist eine periodische Erregung des „Glottis-Generators“ für die Vokaldarstellung gezeigt, in b) ist für die Konsonantenbildung eine Rauschquelle an einer beliebigen Stelle der Schaltung eingefügt, während in c) die Erzeugung der Explosivlaute gezeigt ist.

Durch empirische Veränderung der Daten der Schaltelemente wurde schließlich die größte Annäherung des synthetischen Lauts an den natürlichen Laut ermittelt und daraus durch akustische Übersetzung die notwendige Form des Vokaltrakts konstruiert. Damit ergeben sich die Querschnittsbilder des Vokaltrakts nach Abb. 14, worin außerdem die Formant-

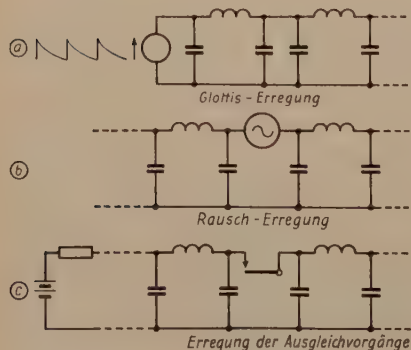


Abb. 13. Die verschiedenen Erregungsarten der Sprachlaute

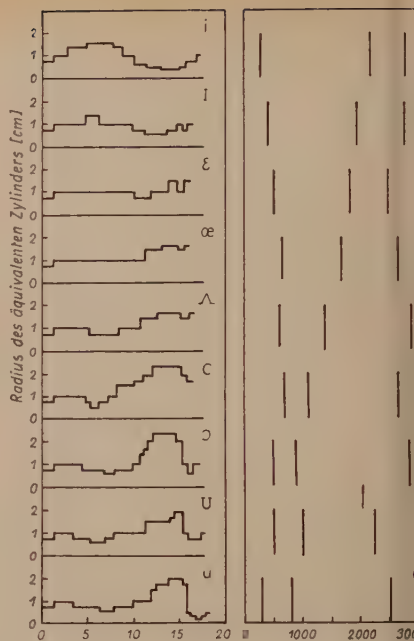


Abb. 14. Darstellung des Rohrquerschnitts des Vokaltrakts, in zylindrischen Abschnitten von je 0,5 cm, ermittelt aus den Lautversuchen mit dem elektrischen Modell

positionen in der Darstellung nach „Visible Speech“ angegeben sind. Als interessantes Ergebnis zeigt sich, daß der neutrale Vokal „ae“ durch ein akustisches Rohr von ziemlich gleichmäßigem Querschnitt gebildet wird, das sich nach der Mundöffnung zu leicht erweitert. Daher wird dieser Laut am leichtesten physiologisch gebildet, wie die ersten Lautversuche des Säuglings zeigen. Entsprechende Untersuchungen wurden auch für die Zischlaute angestellt und dabei die Stellen maximaler Einschnürung im Vokaltrakt ermittelt.

Einige Probleme sind dennoch der Forschung bisher noch nicht zugänglich gewesen, wie z. B. die Variabilität der Lautbildung durch andere Einstellungen des elektrischen Vokaltrakts oder die Wirbelbildung bei der Konsonantenformung u.a.m., so daß noch intensive weitere Arbeit geleistet werden muß.

¹²⁾ K. N. Stevens, S. Kasowski, C. C. M. Fant, Journ. Acoust. Soc., Bd. 25 [1953] H. 4, S. 734.

PATENT-ANMELDUNGEN und -ERTEILUNGEN

Die Zahlen und Buchstaben bedeuten in der

ersten Zeile (bei Patent-Anmeldungen): Klasse, Unterklasse, Gruppe, Untergruppe, Aktenzeichen;
(bei Patent-Erteilungen): Klasse, Unterklasse, Gruppe, Untergruppe, Patentrollennummer, Aktenzeichen

zweiten Zeile (bei Patent-Anmeldungen): links — Anmeldetag, rechts — Bekanntmachungstag;
(bei Patent-Erteilungen): Beginn der Dauer des Patents

dritten Zeile (bei Patent-Anmeldungen und -Erteilungen mit ausländischer Priorität: Tag der Voranmeldung

letzten Zeile (bei Patent-Anmeldungen): Zahl in () = Anzahl der Text- und Zeichnungsseiten.

Die bei den Patent-Anmeldungen angeführten Namen sind die der Anmelder, nicht die der Erfinder, sofern nicht beide identisch sind; bei Patent-Erteilungen sind die Patentinhaber genannt.

Patent-Anmeldungen

21a ² , 14/05. P 8658 7. 11. 52 17. 12. 53 Philips Patentverwaltung GmbH; „Vorrichtg. z. Sprechübertrag. aus Räumen m. hohem Ge- räuschpegel“ (6)	21d ² , 5. Sch 3704 8. 5. 44 17. 12. 53 W. Schmid, Alsbach (a. d. Berg- straße); „Elektrodynam. Fre- quenzgenerator“ (5)	21a ⁴ , 14/01. T 6540 6. 8. 52 24. 12. 53 Telefunken Ges. f. drahtl. Tele- graphie mbH; „Schaltg. z. Frequenzmodulat. eines HF- Generators“ (7)
21a ⁴ , 9/02. T 2148 26. 9. 39 17. 12. 53 Telefunken Ges. f. drahtl. Tele- graphie; „Schlitzmagnetfeld- röhre m. vier od. mehr Ano- densegmenten“ (5)	21g, 11/02. S 22 876. p 44 276 D 23. 4. 51 17. 12. 53 SSW; Verf. z. Herstellg. v. Trockengleichrichtern u. Auf- bau v. Trockengleichrich- tern“ (9)	21a ⁴ , 72/01. I 5467 31. 1. 52 24. 12. 53 (Großbrit.: 2. 2. 51) International Standard Electric Corp.; „Wellenleitchalter f. hochfrequente elektromagnet. Wellen“ (16)
21a ¹ , 15. R 4339 31. 1. 34 17. 12. 53 (USA: 31. 1. 33) Radio Corp. of America; „Schaltg. z. niederfrequent. Modulat. einer Trägerschwin- gung“ (11)	21a ⁴ , 9/02. A 10 070 12. 8. 39 24. 12. 53 AEG; „Stimmgabelgesteuert. NF-Röhrengenerator“ (9)	21a ⁴ , 76. R 7317 5. 10. 51 24. 12. 53 Rosenthal Isolatoren GmbH; „Entstörwiderstand“ (4)
21a ⁴ , 49. G 3632 20. 9. 50 17. 12. 53 (Frankr.: 27. 3. 48) P. F. M. Gloess u. L. J. Libois, Paris; „Verf. z. Verbesserung d. Ausnützg. d. Arbeitszeit in einem Vielfachübertragungs- syst. m. zeitl. Unterteilg.“ (28)	21a ¹ , 36. I 5136 30. 11. 51 24. 12. 53 (Großbrit.: 1. 12. u. 20. 12. 50) International Standard Electric Corp.; „Impulsmodulations- verf. m. mehrdeut. Kennzei- chen u. Anordng. z. Durch- führg. desselben“ (150)	21g, 13/40. S 6946 26. 7. 39 24. 12. 53 S & H; „Anordng. z. Kompensat. d. Anodenruhestromes“ (7)
21a ⁴ , 68. Sch 1925 19. 12. 40 17. 12. 53 G. von Schaub, Immenstadt (Bay.); „HF-Spule“ (4)	21a ¹ , 36. M 6807 30. 9. 50 24. 12. 53 (Frankr.: 10. 8. 46 u. Großbrit.: 8. 8. 47) International Standard Electric Corp.; „Einrichtg. z. Über- tragg. v. elektr. Wellen“ (30)	21a ¹ , 36. St 2544. 30. 9. 50 31. 12. 53 (Großbrit.: 6. 10. 47) International Standard Electric Corp.; „Einrichtg. z. Impuls- codemodulat.“ (15)
21a ⁴ , 70. N 6046 5. 9. 52 17. 12. 53 (Niederl.: 8. 9. 51) NV Philips' Gloeilampenfabrie- ken; „Abstimmvorrichtg., insb. f. Fernsehzwecke, m. einem drehb. Abstimmorgan, welches mittels einer Klinkenvorrichtg. in mehreren festen Lagen arretierbar ist“ (8)	21a ¹ , 36. T 6059 17. 4. 52 24. 12. 53 Telefunken Ges. f. drahtl. Tele- graphie mbH; „Einrichtg. z. Erzeugg. elektr. Impulse“ (8)	21a ⁴ , 29/03. N 5692 24. 6. 52 31. 12. 53 (Niederl.: 27. 6. 51) NV Philips' Gloeilampenfabrie- ken; „Schaltg. z. Unterdrückg. d. Geräusches in einem Rund- funkempfänger“ (10)
	21a ² , 18/08. V 4834 17. 9. 51 24. 12. 53 Dr. O. Vierling, Ebermannstadt; „Magnet. Verstärker“ (10)	21a ⁴ , 69. P 3799 6. 11. 43 31. 12. 53 Porzellanfabrik Kahla; „Elektr. Schwingungskreis, dessen Fre- quenz v. d. Temperatur völlig od. nahezu unabhängig ist“ (5)

- 21a⁴, 74. R 2932
15. 11. 40 31. 12. 53
(USA: 15. 11. 39)
Radio Corp. of America; „Einrichtg. z. gegenseit. Anpassg. zweier HF-Übertragungs-Leitungen“ (11)
- 21a⁴, 74. T 5457
18. 12. 51 31. 12. 53
Telefunken Ges. f. drahtl. Telegraphie mbH; „Ankopplg. einer Scheibenröhre an eine Hohlrohrleitg.“ (8)
- 21a⁴, 75. L 13 998
27. 11. 52 31. 12. 53
C. Lorenz AG; „Vorrichtg. z. Sicherh. v. Schraubbefestigg. in hochfrequenten magnet. Feldern“ (5)
- 21a⁴, 75. N 5468
3. 5. 52 31. 12. 53
Nordwestdeutscher Rundfunk; „Vorrichtg. z. Verriegelg. elektr. Geräte in Einschub- bzw. Kassettenbauweise“ (7)
- 21c, 2/03. S 4679
24. 9. 41 31. 12. 53
(USA: 27. 9. 40)
SSW; „Anordng. z. Ableitg. d. Verlustwärme aus elektr. Apparaten“ (9)
- 21c, 5/03. T 4306
15. 5. 51 31. 12. 53
(Großbrit.: 16. 5. 50)
Telegraph Construction & Maintenance Comp. Ltd.; „Verf. u. Maschine z. Herstellg. v. HF-Kabeln m. Lufttraumisolatlon“ (11)
- 21g, 11/02. L 11 832
14. 3. 52 31. 12. 53
Licentia Patent-Verwaltungs-GmbH; „Verf. z. Herstellen v. elektr. unsymmetr. leitenden Systemen“ (4)
- 21g, 31/03. A 11 398
16. 4. 43 31. 12. 53
AEG; „Verf. z. Herstellg. v. isoliert. Eisenpulver“ (4)
- 21a², 2/01. J 5908
26. 5. 52 7. 1. 54
H. Jedlicka, Schwenningen/Neckar; „Ringspaltmagnet f. elektrodynam. Lautsprech.“ (3)
- 21a², 2/01. N 6889
14. 3. 53 7. 1. 54
(Niederl.: 18. 3. 52)
NV Philips' Gloeilampenfabrieken; „Elektrodynam. Lautsprecher, dessen Magnet-system einen Kern u. einen ein Kernende auf Luftspalt-abstand umgebend. ringförm. Polschuh enthält“ (5)
- 21a², 14/01. N 6898
17. 3. 53 7. 1. 54
(Niederl.: 20. 3. 52)
NV Philips' Gloeilampenfabrieken; „Mikrofon m. einer Blende u. mindestens einem m. d. Blende akust. gekoppelt. Rohr“ (5)
- 21a², 36/10. N 5938
16. 8. 52 7. 1. 54
Nordwestdeutscher Rundfunk; „Impulsgeber f. Laufzeitmessungen an Fernleitg.“ (4)
- 21a⁴, 68. K 8436
19. 12. 52 7. 1. 54
K. Kaschke, Oberzell, u. Dr. E. h. H. Vogt, Erlau b. Passau; „Flanschspule m. Abgleichscheibe“ (7)
- 21a⁴, 69. B 4328
15. 7. 39 7. 1. 54
J. Pintsch West-KG; „Abstimm. Resonanzgebilde f. ultrakurze Wellen“ (13)
- Patent-Erteilungen**
- 21a¹, 9/01. 903 347. V 2075
18. 7. 50
Dr. O. Vierling, Ebermannstadt (OFR.); „Funk-, Sende- u. Empfangsanlage f. drahtl. Übertrag. v. Zeichenfolgen“
- 21a¹, 33/71. 903 096. F 4510
29. 7. 39
Fernseh GmbH; „Verstärkerschaltg. z. Kompensat. d. Nachleuchtens in Kathodenstrahlröhren“
- 21a², 14/01. 902 980. Z 1149
21. 7. 42
Zeiss Ikon AG; „Lautsprecher“
- 21a⁴, 10. 903 351. W 3474
27. 5. 37
(USA: 12. 6. 36)
Western Electric Comp. Inc.; „Piezoelekt. Quarzkristall“
- 21a⁴, 14/02. 903 352. C 6199
2. 8. 52
(Frankr.: 2. 8. 51)
Comp. Générale de Télégraphie sans Fil, SA; „Anordng. z. Messg. d. Kenngrößen einer Frequenzmodul. Welle u. ihre Anwendg. b. Anzeigegegeräten v. Radarsystemen“
- 21a⁴, 22/05. 902 986. B 8080
16. 2. 44
Blaupunkt - Elektronik GmbH; „Metall. Abschirmg. f. HF-Ge-räte“
- 21a⁴, 49. 903 353. p 24 575 D
14. 12. 48
(Niederl.: 5. 3. 47)
NV Philips' Gloeilampenfabrieken; „Multiplexradioempfänger“
- 21a⁴, 73. 903 354. J 4190
26. 5. 51
(USA: 25. 5. 50)
International Standard Electric Corp.; „Dämpfungsglied“
- 21g, 11/02. 903 125. W 3661
21. 9. 50
(Großbrit.: 31. 1. u. 13. 11. 42)
Westinghouse Brake & Signal Comp. Ltd.; „Verf. z. Herstellg. v. Selen-Wechselstromgleichrichtern“
- 21g, 13/01. 903 126. L 4880
29. 10. 40
C. Lorenz AG; „UKW-Röhre, b. d. auf einem ebenen Glasfuß ein liegend. Elektrodensystem-aufbau m. Kühlflügeln verwendet wird“
- 74d, 6/15. 903 432. A 14 470
28. 3. 44
Atlas-Werke AG; „Vorrichtg. z. Regelg. d. Empfindlichkeit bzw. Unterdrückg. d. Nullschalles b. Echoloten“
- 21a¹, 7/03. 903 822. T 6082
24. 4. 52
Telefunken Ges. f. drahtl. Telegraphie mbH; „Einrichtg. z. Konstanthalthg. d. Trenn- u. Zeichenfrequenz b. Überlagerungsempfang“
- 21a¹, 9/02. 903 823. K 12 488
16. 12. 51
Dr. A. Karolus, Reihen b. Heidelberg; „Piezoelekt. Oszillator in Form einer Stimmgabel“

- 21a², 18/02. 903 698. N 4206
24. 7. 51
Siemens & Halske AG; „Ein-
gangsschaltg. f. Gleichspan-
nungsverstärker“
- 21a², 18/50. 903 593. B 14 726
25. 4. 51
S & H; „Verf. z. Messg. d. In-
stabilität v. elektr. Übertra-
gungsgliedern“
- 21a⁴, 16/02. 903 825. T 5603
17. 1. 52
Telefunken Ges. f. drahtl. Tele-
graphie mbH; „Schaltg. z.
Frequenzumtastg. einer HF-
Schwingg.“
- 21a⁴, 22/05. 903 707. G 3732
11. 12. 40
Dipl.-Ing. G. Guanella, Zürich
(Schweiz); „Verf. u. Einrichtg.
z. ungestört. Empfang v.
Schwingg.“
- 21a⁴, 57. 903 708. E 5128
1. 3. 52
Elektroacoustic GmbH; „Auf eine
Folge v. niederfrequent. Im-
pulslen ansprechendes Signal-
empfangsgerät“
- 21g, 5. 903 614. D 10 526
30. 3. 44
Deutsche Edelstahlwerke AG;
„Verf. z. Magnetisieren v.
Dauermagnetsystemen“
- 21g, 13/17. 903 726. C 5527
14. 3. 52
(Frankr.: 15. 3. 51)
Comp. Générale de Télégraphie
sans Fil; „Verzögerungsleitg.
f. Wanderwellenröhren“
- 21g, 34. 903 493. C 4784
5. 10. 51
(Frankr.: 5. 10. 50)
Comp. Générale de Télégraphie
sans Fil; „Filter f. ultrahohe
Frequenzen, bestehend aus
Resonanzhohlräumen, d. in
einem Wellenhohlleiter ange-
ordnet sind“
- 21g, 38. 903 844. E 3020
23. 11. 50
(Großbrit.: 30. 11. 49 u. 24. 10. 50)
Electric & Musical Industries
Ltd.; „Schaltg. z. Erzeugg. v.
Sägezahnströmen“
- 21a², 16/01. 903 940. A 11 835
6. 8. 41
AEG; „Lautsprecher-Ausrufan-
lage f. Fahrzeuge d. öffentl.
Verkehrs“
- 21a², 18/05. 904 190. L 8955
9. 5. 51
Licentia Patent - Verwaltungs-
GmbH; „Schaltungsanordng. f.
mehrstuf. gegengekoppelte
Verstärker“
- 21a⁴, 29/01. 904 192. S 8
2. 10. 49
Siemens & Halske AG; „Schal-
tungsanordng. z. Frequenz-
nachstellg. in Empfangsanla-
gen f. frequenzumtastete
Telegraphiesender“
- 21a⁴, 29/01. 904 193. S 20 736
3. 11. 50
Siemens & Halske AG; „Schal-
tungsanordng. an Empfangs-
anlagen f. frequenzumtastete
Telegraphiesender“
- 21a⁴, 35/15. 904 194. T 4591
22. 7. 51
Telefunken Ges. f. drahtl. Tele-
graphie mbH; „Schaltungs-
anordng. z. Brummkompensat.
in d. Endröhre eines Ver-
stärkers od. Empfängers“
- 21a⁴, 56. 904 198. G 756
3. 1. 50
Dr. Dr. F. Gladenbeck, Bargte-
heide (Holst.); „Verf. z. Durch-
führg. d. UKW-Funk-Empfan-
ges in einem örtl. begrenzt.
Empfangsgebiet“
- 21g, 38. 904 325. A 10 783
30. 6. 37
AEG; „Anordng. z. Erzeugg. v.
z. Erdpotential symmetr. Kipp-
schwingg.“
- 21g, 38. 904 326. J 2875
30. 9. 50
(USA: 17. 11. 48)
IBM Deutschland Internationale
Büro Maschinen GmbH; „Mul-
tividibrator-Schaltg. m. Tetro-
den“
- 21g, 38. 904 327. T 2431
18. 11. 41
Telefunken Ges. f. drahtl. Tele-
graphie mbH; „Sägezahn-
stromgenerator“
- 21a¹, 35/20. 904 779. F 7641
4. 6. 39
Fernseh GmbH; „Verf. z. Hoch-
spannungserzeugg. f. Braun-
sche Röhren, insb. b. Fern-
sehübertrag.“
- 21a⁴, 8/02. 904 780. S 23 931
13. 7. 51
Siemens-Reiniger-Werke AG;
„Einrichtg. z. selbsttät. Reso-
nanzabstimmg. eines elektr.
Schwingungskreises“
- 21a⁴, 9/01. 904 555. P 4047
23. 7. 44
Funkstrahl Ges. f. Nachrichten-
technik GmbH; „Elektronen-
röhrenanordng. f. ultrahoch-
frequente Schwingg.“
- 21a⁴, 9/01. 904 664. L 159
27. 10. 49
C. Lorenz AG; „Schaltungsan-
ordng. f. abstimmb. UKW-
Oszillatoren“
- 21a⁴, 14/01. 904 781. N 6228
17. 10. 52
(Frankr.: 19. 10. 51)
NV Philips' Gloeilampenfabrie-
ken; „Elektromagnet. Vorr-
richtg. z. Amplitudenmodulat.
einer einen Wellenleiter
durchlaufend. HF-Schwingg.“
- 21a⁴, 29/01. 904 665. G 6537
14. 7. 51
Graetz KG; „Flankendemodula-
tor f. frequenzmodul. Schwin-
gungen“
- 21a⁴, 29/50. 904 782. P 7367
30. 3. 52
(Schweiz: 11. 5. 51)
„Patelhold“ Patentverwertungs-
& Elektro-Holding AG; „Ein-
richtg. z. Verstärkg. v. elektr.
Schwingg. d. Mikrowellen-
gebietes“
- 21a⁴, 69. 904 666. B 4806
16. 6. 50
Blaupunkt-Werke GmbH; „Um-
schaltb. UKW-Schwingkreis“
- 21a⁴, 76. 904 784. S 7197
4. 3. 37
Siemens & Halske AG; „An-
ordng. f. d. Entstörg. elektr.
Maschinen u. Apparate“
- 42g, 8/05. 904 599. K 4978
6. 6. 37
Klangfilm GmbH; „Aufnahme v.
Gegentakttonaufzeichng.“

Das Rauschen von Transistoren¹⁾

Im Gegensatz zum thermischen Widerstandsrauschen, das proportional mit der Bandbreite anwächst, hängt das Rauschen von Transistoren von der Bandbreite und der Höhe der Frequenz ab. Das Rauschen nimmt etwa mit $1/f$ ab, so daß in jeder Oktave eines Frequenzbereichs die gleiche Rauschleistung enthalten ist. Im Ersatzschaltbild des Transistors werden zwei Rauschquellen U_{re} und U_{rc} eingeführt (Abb. 1). Bei Punkt-Kontakt-Transistoren ist U_{re} etwa $1 \mu V$ und U_{rc} etwa $100 \mu V$, während die entsprechenden Werte bei Flächentransistoren $0,05 \mu V$ und $5 \mu V$ sind, jeweils gemessen bei 1000 Hz und 1 Hz Bandbreite.

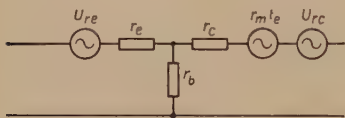


Abb. 1. Ersatzschaltbild des Transistors mit Ersatzrauschquellen

Für praktische Berechnungen ist es zweckmäßig, den Rauschfaktor F einzuführen. F ist definiert als das Verhältnis der gesamten Rauschleistung im Ausgang N_R (ohne das Rauschen des Belastungswiderstandes) zu dem Teil des Rauschens, der vom Quellwiderstand herührt (N_q)

$$F = \frac{N_R}{N_q \cdot V} \quad (1)$$

wobei V die Leistungsverstärkung des Transistors ist. Bei Punkt-Kontakt-Transistoren liegt der Rauschfaktor zwischen 40 und 60 db und bei Flächentransistoren zwischen 10 und 25 db.

Der Rauschfaktor ist abhängig vom Arbeitspunkt des Transistors. Während U_{re} von der Kollektorspannung unabhängig ist, hängt U_{rc} stark von dieser ab. Dagegen ist der Rauschfaktor nahezu unabhängig von der Kollektorspannung (bei Punkt-Kontakt-Transistoren). Bei den meisten Flächentransistoren steigt hingegen der Rauschfaktor mit der Kollektorspannung an.

Für praktische Anwendungen ist das Signal-Rausch-Verhältnis wichtig. In einem Frequenzband $f_2 - f_1$ ist die Rauschleistung

$$\int_{f_1}^{f_2} \frac{k}{f} df = k \cdot \ln \frac{f_2}{f_1} \quad (2)$$

1) Keonjian, E. u. Schaffner, J. S.: Noise in Transistor Amplifiers, Electronics, Bd. 26 [1953], H. 2, S. 104 ... 107.

enthalten. Das Rauschen des Quellwiderstandes R_q ist direkt proportional der Bandbreite $f_2 - f_1$. Der Rauschfaktor F ist also

$$F = 1000 \cdot F_0 \cdot \frac{\ln f_2/f_1}{f_2 - f_1} \quad (3)$$

wobei F_0 der Rauschfaktor bei 1000 Hz für 1 Hz Bandbreite ist. Bei schmalen Band und höheren Frequenzen ist $f_2/f_1 \approx 1$. Dann ist

$$\ln f_2/f_1 \approx \frac{f_2 - f_1}{f_1}$$

und es wird

$$F \approx F_0 \cdot \frac{1000}{f_1} \quad (4)$$

Der Rauschfaktor ist also unabhängig von der Bandbreite, wenn diese klein gegen die untere Grenzfrequenz ist.

Zur Berechnung des Signal-Rausch-Verhältnisses wird von Formel (1) ausgegangen. Zunächst ist die Rauschleistung des Quellwiderstandes festzulegen

$$N_q = 4 \cdot kT \cdot (f_2 - f_1) \quad (5)$$

Hierin ist k die Boltzmannsche Konstante ($1,347 \cdot 10^{-23}$) und T die Temperatur in Grad Kelvin. Die Signalleistung im Ausgang ist die verstärkte Signalleistung des Eingangs $V \cdot U_q^2/R_q$, wenn U_q die Signalspannung am Eingang am Quellwiderstand R_q ist. Es ist nun

$$\frac{N_S}{N_R} = \frac{N_S}{F \cdot N_q \cdot V} = \frac{U_q^2}{4 \cdot kT \cdot R_q \cdot F_0 \cdot 1000 \cdot \ln f_2/f_1} \quad (6)$$

wenn gleichzeitig F durch (3) ersetzt wird. Nun ist aber $1000 \cdot kT \cdot F_0 \cdot \ln \frac{f_2}{f_1}$ proportional der

Eingangsrauschleistung. Man kann andererseits die Ausgangsrauschleistung N_R aber auch als eine verstärkte Eingangsrauschleistung annehmen. Setzt man für k und T Zahlen ein und ändert die Basis des Logarithmus auf 10, so kann man eine äquivalente Eingangsrauschleistung P_0

$$P_0 \approx 0,9 \cdot 10^{-17} \cdot F_0 \cdot \log f_2/f_1 \text{ (Watt)} \quad (7)$$

definieren. Hieraus geht hervor, daß die Rauschleistung vom Verhältnis f_2/f_1 und nicht von der absoluten Höhe der Frequenz abhängt. Man kann Gleichung (7) auch schreiben

$$P_0 \approx 0,9 \cdot 10^{-17} \cdot F_0 \cdot \log \left(1 + \frac{\Delta f}{f} \right) \text{ (Watt)} \quad (8)$$

wobei Δf die Bandbreite und f die mittlere Frequenz ist. Das bedeutet: Bei konstanter Bandbreite nimmt die Rauschleistung ab, wenn

die mittlere Frequenz ansteigt. Man kann jetzt schreiben

$$\frac{N_S}{N_R} = \frac{U_q^2}{4 \cdot R_q \cdot P_0} = \frac{U_q^2}{3,6 \cdot 10^{-17} \cdot R_q \cdot F_0 \cdot \log f_2/f_1} \quad (9)$$

Hieraus läßt sich in praktischen Fällen das Signal-Rausch-Verhältnis berechnen. Zur Vereinfachung ist in Abb. 2 eine Kurvenschar für P_0 in Abhängigkeit von f_2/f_1 mit F_0 als Parameter dargestellt, so daß in (9) nur noch U_q und R_q eingesetzt zu werden brauchen.

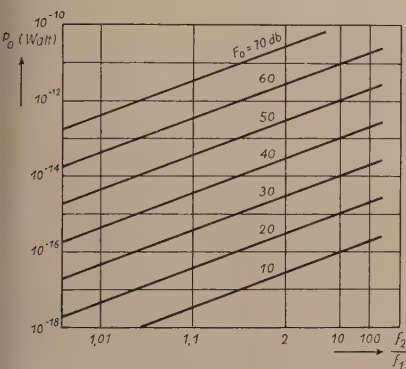


Abb. 2. Die äquivalente Eingangsrauschleistung P_0 in Abhängigkeit von f_2/f_1 und F_0 als Parameter

Einen gewissen Einfluß auf das Rauschen besitzt der Quellwiderstand. Der Rauschfaktor wird für folgende Quellwiderstände ein Minimum

a) bei geerdetem Emittor

$$R_q' = \sqrt{\frac{p^2 \cdot a^2 \cdot r_c^2 + (r_e + r_b)^2}{1 + p^2}} \quad (10)$$

b) bei geerdeter Basis

$$R_q' = \sqrt{p^2 \cdot a^2 \cdot r_c^2 + (r_e + r_b)^2} \quad (11)$$

c) bei geerdetem Kollektor

$$R_q' = \sqrt{\frac{p^2 \cdot r_c^2 + r_b^2}{1 + p^2}} \quad (12)$$

Hierin bedeuten: r_b = Basiswiderstand, r_c = Kollektorwiderstand, r_e = Emittorwiderstand und a = Stromverstärkungsfaktor. Es ist ferner $= U_{re}/U_{rc}$ gemäß der Definition in Abb. 1.

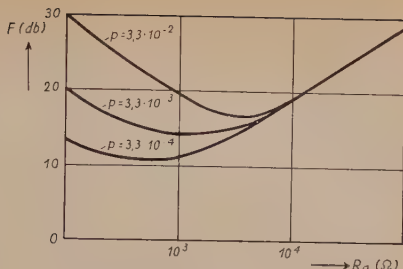


Abb. 3. Abhängigkeit des Rauschfaktors vom Quellwiderstand

Das Minimum ist allerdings nicht sehr kritisch, wie Abb. 3 zeigt. Wenn z. B. bei geerdeter Basis R_q auf das Vierfache vergrößert wird, erhöht sich der Rauschfaktor nur um das 2,12-fache oder um 3,2 dB. Es bringt auch keinen Vorteil, Widerstände in Serie oder parallel zum Quellwiderstand zu schalten.

Im allgemeinen ist bei Transistorverstärkern die erste Stufe für das Rauschen maßgebend. Wenn jedoch der Quellwiderstand der zweiten Stufe sehr stark von den aus (10), (11) und (12) ermittelten Werten abweicht, kann auch das Rauschen der zweiten Stufe eine Rolle spielen. Es ergibt sich dann der Gesamtrauschwert F_g

$$F_g = F_1 + \frac{F_2 - 1}{V_1} \quad (13)$$

wobei F_1 und F_2 die Rauschfaktoren der einzelnen Stufen und V_1 die Leistungsverstärkung der ersten Stufe ist. Als Quellwiderstand der zweiten Stufe wirkt der Ausgangswiderstand der ersten Stufe. Durch Anpassung mittels Transformator kann man den Quellwiderstand herabsetzen, so daß F_2 zurückgeht und ebenfalls F_g , da V_1 konstant bleibt, hie.

Komplementärschaltungen mit Transistoren

Mit Transistoren lassen sich Schaltungen aufbauen, die in der Schaltungstechnik mit Röhren kein Analogon haben. Diese „Komplementärsymmetrie-Schaltungen“ erleichtern einerseits die Erzeugung symmetrischer Ausgangswerte aus unsymmetrischen Eingangswerten sowie die Erzielung größerer Leistungen, andererseits ist die bessere Ausnutzung von Spannungsquellen durch Serienschaltung möglich. Es wird dabei die Tatsache ausgenutzt, daß es zwei verschiedene Typen von Transistoren gibt, wobei der zu den Elektroden der p-n-p-Type fließende Strom entgegengesetzt gerichtet ist zum Strom zu den Elektroden der n-p-n-Type (statische Symmetrie). Ferner ist zur Stromerhöhung am p-n-p-Transistor eine Eingangsspannung ent-

gegengesetzter Polarität wie beim n-p-n-Transistor erforderlich (dynamische Symmetrie). Einige interessante Schaltungsmöglichkeiten, die auf diesen Unterschieden beruhen, beschreibt R. D. Lohmann¹⁾. Es wird darauf hingewiesen,

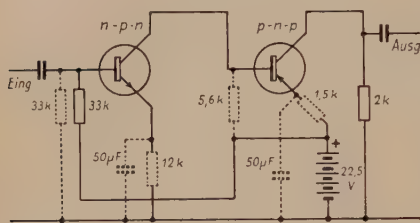


Abb. 1
Prinzipschaltung für statische Symmetrie

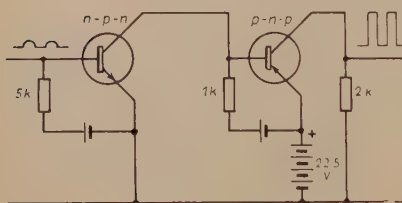


Abb. 2
Prinzipschaltung für dynamische Symmetrie

daß gegebenenfalls eine Auswahl der Transistorexemplare erforderlich ist, so daß eine allgemeine Anwendung dieser Schaltungen erst möglich wird, wenn Transistoren in großer Gleichmäßigkeit hergestellt werden können.

Den Unterschied zwischen statischer und dynamischer Symmetrie zeigen Abb. 1 und 2. In Abb. 1 erhält der n-p-n-Transistor aus der Batterie eine negative Emitterspannung (Basis positiv). Die Emittor-Kollektor-Strecke des n-p-n-Transistors liegt in Serie mit der Basis-Emittor-Strecke des (zweiten) p-n-p-Transistors. Der n-p-n-Transistor benötigt eine positive Kollektorspannung und der p-n-p-Transistor eine positive Emitterspannung. Es handelt sich also um eine Serienschaltung, bei der nur eine einzige Spannungsquelle benötigt wird. Abb. 2 ist ein Beispiel für dynamische Symmetrie. Zweck der Schaltung ist die Verstärkung positiver Impulse. Bei beiden Transistoren ist der Kollektorstrom im Ruhezustand gesperrt. Ein positiver Impuls an der Basis des n-p-n-Transi-

stors ruft einen positiven Stromimpuls zum Kollektor hervor. Dieser positive Strom fließt über die Emittor-Basis-Strecke des p-n-p-Transistors, wodurch im Kollektorkreis desselben ein negativer Stromimpuls entsteht. Da die Kollektorspannung negativ ist, ergibt sich am Belastungswiderstand ein positiver Spannungsimpuls.

Von besonderem Vorteil ist die Möglichkeit der Erzeugung symmetrischer Ausgangswerte aus unsymmetrischen Eingangswerten, also Gegenaktbetrieb ohne Phasenumkehr. Eine solche Schaltung ist in Abb. 3 wiedergegeben. Zur Erzielung eines hohen Wirkungsgrades soll im Belastungswiderstand (Lautsprecherspule) möglichst kein Gleichstrom fließen. Bei Röhren und anderen Schaltungen wird dies durch RC- oder Transformatorkopplung erreicht. Die Anwendung der Komplementärschaltung macht diese Maßnahmen bei Transistoren überflüssig. Ohne Signal am Eingang fließt ein Ruhestrom von der Batterie über Emittor-Kollektor des p-n-p- nach Kollektor-Emittor des n-p-n-Transistors. Wegen der Gleichheit der Widerstände und dadurch, daß die Batterie bei halber Spannung an Masse liegt, ergibt sich eine Brücke, in der die beiden verbundenen Kollektoren ebenfalls Null- oder Massepotential besitzen. Wenn am Eingang eine positive Spannung liegt, wird der Widerstand des Kollektorkreises des n-p-n-Transistors kleiner. Beim p-n-p-Transistor bewirkt die gleiche positive Eingangsspannung eine Widerstands-erhöhung. Die Brücke gerät aus dem Gleichgewicht und am Belastungswiderstand entsteht eine Spannungsdifferenz. Dies ist ein Beispiel für gleichzeitige Anwendung statischer und dynamischer Symmetrie. Die Ausgangsspannung ist gegen Masse symmetrisch.

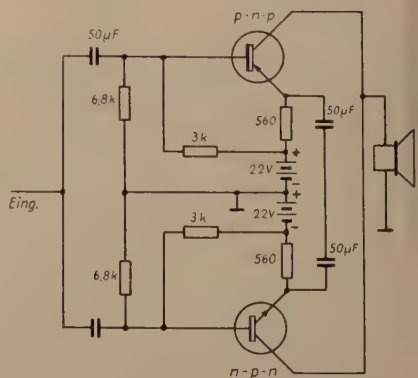
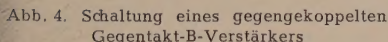
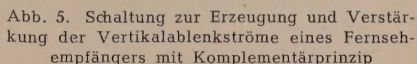


Abb. 3. Gleichzeitige Anwendung statischer und dynamischer Symmetrie und Erzeugung symmetrischer Spannungen gegen Masse (Leistung 0,1 W, Eingangswiderstand 300 Ω, Spannungsverstärkung 67 db, Leistungsverstärkung 34 db)

¹⁾ Lohmann, R. D., Complementary Symmetry Transistor Circuits, Electronics, Bd. 26 [1953], H. 9, S. 140 ... 143.



Bei Temperaturen zwischen 20° und 40° C schwankt der Ruhestrom zwischen 5 und 30 mA. Die maximale Aussteuerung beträgt der Spitzenstrom 350 mA. Die Gegenkopplung bewirkt zwar Unsymmetrien, kann jedoch nicht die absolute Höhe des Ruhestromes beeinflussen, da nur eine vorhandene Unsymmetrie



Eine Anwendung der besprochenen Prinzipien in der Ablenkstufe eines Fernsehempfängers zeigt Abb. 5 (vertikale Ablenkung). Die erste Stufe ist mit einem Punkt-Kontakt-Transistor bestückt und erzeugt eine Sägezahnspannung, die in einer Komplementärstufe verstärkt wird. Der erzielbare Spitzenstrom beträgt 160 mA, die durch die 65-Ohm-Ablenkspule fließen. Jeder 12-V-Batterie wird dabei 28 mA entnommen. Im B-Betrieb sind die Arbeitsbedingungen optimal, wenn das Verhältnis des Spitzenstroms zum mittleren Strom etwa 4 : 1 ist.

1) TELE-TECH., November 1953.

an, um Stoffe zu finden, die das Germanium ersetzen können oder noch günstigere Eigenschaften als Germanium besitzen.

Der Anwendungsbereich der Transistoren ist augenblicklich auch noch dadurch eingeschränkt, daß sie nur verhältnismäßig niedrige Frequenzen verarbeiten können. Für die normalen Spitzentransistoren liegt die obere Frequenzgrenze bei 10 bis 20 MHz, und wenn es auch bei Sonderausführungen durch kleinste Kontaktflächen und engstes Aneinanderrücken der beiden Kontaktspitzen gelungen ist, die Frequenzgrenze um nahezu eine Größenordnung nach oben zu erweitern, so bleibt doch der Umstand bestehen, daß marktfähige Transistoren noch nicht einmal für UKW praktisch brauchbar sind.

Die obere Frequenzgrenze wird durch die Beweglichkeit der elektrischen Ladungsträger im Halbleiter, also der negativen Elektronen oder positiven Defektelektronen (Löcher) entscheidend bestimmt. Der Emittor des Spitzentransistors schiebt ja Löcher in den Halbleiter, die zum Kollektor wandern und dort den Fluß der Elektronen vom Kollektor zur Basis beeinflussen. Je schneller die Löcher vom Emittor zum Kollektor gelangen, um so höhere Frequenzen kann der Transistor bewältigen. Bei hochwertigem Germanium liegt die Beweglichkeit der Ladungsträger bei rund $3000 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{Volt}}$. Die Untersuchungen des NBS

haben hauptsächlich das Ziel, geeignete Halbleiter mit einer diesen Wert übersteigenden Beweglichkeit der Ladungsträger zu ermitteln.

Es konnte bereits eine Reihe von Zweimetallverbindungen festgestellt werden, die erfolgversprechende Eigenschaften aufweisen. Zu diesen Verbindungen gehören Indium-Antimon, Aluminium-Antimon, Gallium-Antimon und Kadmium-Antimon. Vor allem Indium-Antimon scheint Aussicht auf Transistoren mit verbesserten Frequenzeigenschaften zu bieten, da

es mit $20000 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{Volt}}$ eine fast siebenmal so hohe Beweglichkeit der Ladungsträger wie Germanium hat.

Bei den anderen Zweimetallverbindungen liegen die Trägerbeweglichkeiten niedriger als bei Indium-Antimon, aber immer noch besser als bei Germanium, dafür dürften sie aber bei höheren Temperaturen günstiger als Indium-Antimon arbeiten.

Die Forschungen, die sich noch im Anfangsstadium befinden, sind in erster Linie auf die Nutzbarmachung der Zweimetallverbindungen für Schichtdioden und Schichttransistoren gerichtet. Es hat sich schon jetzt herausgestellt, daß Gallium-Antimon wegen seiner dem Silizium gegenüber leichteren Präparierung und Bearbeitung wahrscheinlich eine sehr gute, auch bei hohen Temperaturen arbeitende und einwandfrei funktionierende Schichtdiode ergeben wird.

Grafische Bestimmung des Spektrums von Impulsfolgen¹⁾

H. Raabe hatte sich schon 1939 mit dem Spektrum eines impulsgetasteten Trägers befaßt²⁾. Damals stellte er gelegentlich der Untersuchung einer wechselzeitigen Mehrfachübertragung eine Bedingung auf, nach der die Anzahl der in der Sekunde übertragenen Stromschritte (Bits) dem doppelten Werte der höchsten in einem bestimmten Kanal übertragbaren Frequenz gleich ist. Diese „Raabesche Bedingung“ spielt neuerdings eine große Rolle in der Informationstheorie. Sie gibt die Frequenz an, die zur Charakterisierung einer Impulsfolge notwendig und ausreichend ist. Nunmehr schlägt der Verfasser ein Rechengesetz nach Art eines Rechenschiebers vor, mit dessen Hilfe das Frequenzspektrum einer unendlichen Impulsfolge ermittelt werden kann. Wie in der mathematischen Analyse gezeigt wird, läßt sich das Gerät immer dann anwenden, wenn eine Schwingung von beliebiger Trägerfrequenz in ihrer Amplitude durch Impulse von endlicher Dauer moduliert ist. Zur Ermittlung des Frequenzspektrums wird auf dem beschriebenen Rechenstab *a* (Abb. 1) ein Schieber *b* entsprechend dem Verhältnis zwischen Impuls-

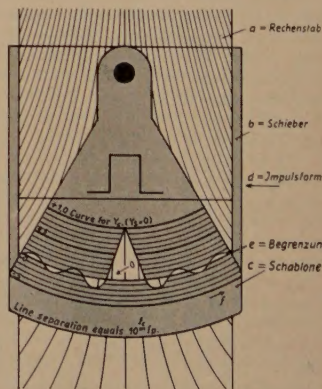


Abb. 1. Ausschnitt aus dem Rechenschieber. Vor dem Stab mit der Kurvenschar die auf dem Schieber schwenkbare Schablone für einen Rechteckimpuls

¹⁾ H. P. Raabe: "A graphical spectrum analyzer for pulse series", Proc. IRE 41 [1953], H. 9, S. 1129.

²⁾ H. Raabe: "Untersuchungen an der wechselzeitigen Mehrfachübertragung (Multiplexübertragung)", ENT 16 [1939], S. 213.

folgefrequenz und Trägerfrequenz eingestellt. Der Schieber trägt eine schwenkbare, auswechselbare Schablone c, auf der eine von der Impulsform d abhängige Funktion ausgeschnitten ist. Aus den Schnittpunkten der Begrenzungslinie e mit einer auf dem Stab gezeichneten Kurvenschar erhält man unmittelbar die Amplitude der einzelnen Spektrallinien. Durch eine kleine Schwenkung der Schablone wird die Phasenverschiebung zwischen Impuls- und Trägerfrequenz, wie sie sich zwischen zwei aufeinanderfolgenden Impulsen ergibt, berücksichtigt. Bei unsymmetrischen Impulsformen, z. B. bei Sägezahnkurven, erhält man durch Anwendung zweier zusammengehöriger Schablonen das Spektrum getrennt nach Cosinus- und Sinuskomponenten.

Verglichen mit der außerordentlich zeitraubenden Auswertung, die sonst bei Zerlegung von Impulsfolgen erforderlich wird, bietet das Raabesche Rechengesetz nicht nur eine große Zeitersparnis, sondern ermöglicht auch einen unmittelbaren Überblick über den Einfluß der einzelnen Parameter

Roe

BUCHBESPRECHUNG

F. H. Brittain:

Art and Science in Sound Reproduction. 55 S., 35 Abb.

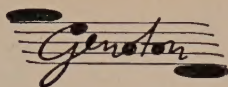
The General Electric Co. Ltd., London

Die von der General Electric Co. Ltd. of England, London, herausgegebene kleine Broschüre behandelt einleitend die allgemeinen Gesichtspunkte für hochwertige Sprach- und Musikübertragungen. Zunächst werden die durch die Technik und die akustischen Eigenschaften des Wiedergaberaumes gegebenen Grenzen in leicht verständlicher Form besprochen, um anschließend die Forderungen an hochwertige Verstärker (Frequenzgang, Verzerrungen, Phasendrehung, Ausgangswiderstand, Röhrentypen, Übertrager, Gegenkopplung, Instabilitäten) zusammenzustellen.

Der ganz auf die Praxis abgestellte Hauptteil bringt Schaltungsbeispiele mit genauen Dimensionierungsangaben für hochwertige Verstärker mit Ausgangsleistungen von 6...30 W. Besonders interessiert aus einer Reihe von Vorsetzgeräten für Rundfunk- und FS-Ton-Empfang ein Vorverstärker mit einstellbarer Entzerrung für die verschiedenen Schneidkennlinien britischer und amerikanischer Schallplatten. Die technischen Angaben werden durch Kurven für die einstellbare Entzerrung ergänzt.

Das kleine Büchlein wird für jeden, der sich mit hochwertigen NF-Verstärkern beschäftigt, von Interesse sein.

—th



DER TONTRÄGER FÜR MAGNETISCHE SCHALLAUFEICHNUNG

*

Wir liefern:

GENOTON TYPE ZS

Das Magnettonband für niedrige Bandgeschwindigkeiten 19 und 9,5 cm/sec

GENOTON TYPE EN

Das Magnettonband für hohe Bandgeschwindigkeiten 76 und 38 cm/sec

GENOTON- HILFSMATERIAL

erleichtert das Arbeiten mit unserem GENOTON-BAND

*

Wir übersenden Ihnen auf Anforderung gern unser einschläg. Prospekt-Material



ANORGANA G.M.B.H.
GENDORF · OBERBAYERN



metrawatt UNIVERSAL-MESSGERÄT



DM 90-
+15% T.Z.

Unerreicht handlich und vielseitig!

METRAWATT A.G. NÜRNBERG